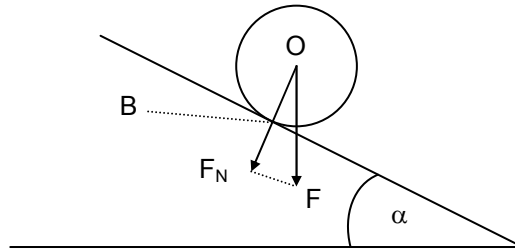


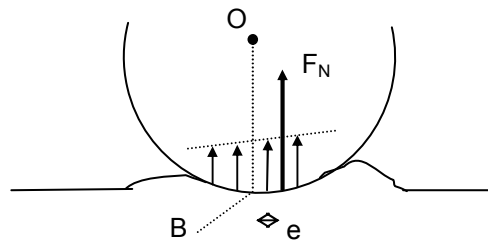
Rollreibung



Wir betrachten eine Scheibe (Radius r) auf einer schiefen Ebene. Durch die im Schwerpunkt (Mittelpunkt O) angreifende Schwerkraft F entsteht ein Drehmoment M_1 in B .

$$M_1 = |r \times F| = rF \sin \alpha$$

Da die Scheibe bzw. die Ebene an ihrer Berührungsstelle leicht deformiert werden ergibt sich statt der Berührungsstelle eine Berührungsfläche.



Durch die Schwerkraft drückt die Scheibe mit einer Kraft $F_N = F \cos \alpha$ auf die Unterlage und nach Newtons Axiom actio = reactio drückt die Unterlage mit gleicher Kraft F_N auf die Scheibe. Diese Kraft wirkt (wenn die Scheibe nach rechts zu rollen neigt), aufgeteilt auf Kraft pro Fläche, mehr rechts vom idealen Berührungspunkt als links, und die resultierende Gesamtkraft F_N geht nun auch nicht mehr durch B . Daraus ergibt sich ein zweites Drehmoment M_R , das Rollreibungsmoment, welches dem Drehmoment M_1 entgegen wirkt.

$$M_R = eF_N$$

Aus Erfahrung weiß man, dass die Scheibe bei einem gewissen Neigungswinkel zu rollen beginnt. e hängt von der Neigung der Ebene ab und der Maximalwert, der gleich dem Wert beim Rollen der Scheibe ist, wird mit μ_R (Rollreibungskoeffizient) bezeichnet. Also gilt:

$$|e| \leq \mu_R$$

und somit gilt für das maximale Rollreibungsmoment M_R^*

$$M_R^* = \mu_R F_N$$

Außerdem gilt: $\mu_R < \mu_G < \mu_H$

Bestimmung von μ_R

Eine Ebene wird vom Winkel $\alpha=0^\circ$ aus solange angehoben, bis eine auf ihr ruhende Scheibe zu rollen beginnt. Aus dem Öffnungswinkel α ergibt sich aus

$$M_1 = M_R = eF_N = rF \sin \alpha$$

mit $F_N = F \cos \alpha$

$$e = \mu_R = r \cdot \tan \alpha$$

Erklärung:

Um zu erklären wieso der Rollreibungskoeffizient der kleinste von allen ist, bedienen wir uns wieder des Modells von vorhin.

Bei dieser Bewegung werden die Zacken sehr schonend, wie die Zacken zweier Zahnräder, auseinandergenommen.

Beispiel:

Kugellager

Innere Reibung

Unter innerer Reibung versteht man den Widerstand gegen die Verschiebung einzelner Atome bzw. Atomschichten innerhalb einer Flüssigkeit oder eines Gases.

Diesen Effekt verwendet man um die Reibung zwischen Maschinenteilen möglichst gering zu halten. (→ Ölschmierung)

Da die äußeren Flüssigkeitsschichten an den Maschinenteilen haften tritt nur innere Reibung, die wesentlich kleiner ist als Gleitreibung, auf.

Tabelle einiger Haft-, Gleit- und Rollreibungskoeffizienten

| Werkstoffpaar | μ_H | μ_G | μ_R [cm] |
|--|------------|-----------|--------------|
| Stahl - Stahl | 0,15 - 0,3 | 0,1 - 0,3 | 0,0001 |
| Stahl - Aluminium | 0,7 | 0,5 | |
| Stahl - Bronze | 0,19 | 0,18 | 0,0005 |
| Stahl - Isoprengummi | | 3 - 10 | |
| Stahl - Eis | 0,027 | 0,014 | |
| Diamant - Diamant | | 0,1 | |
| Holz - Holz | 0,65 | 0,2 - 0,4 | 0,02 |
| Glas - Glas | 0,9 | 0,4 | |
| Leder - Metall | 0,6 | 0,25 | |
| Holz - Stein | 0,7 | 0,3 | |
| Mauerwerk - Beton | 0,76 | | |
| Bremsbelag - Stahl | | 0,45 | |
| Blockierte Autoreifen bei 50km/h auf Gußasphalt: | | | |
| trocken | | 0,8 | |
| naß | | 0,5 | |
| auf Glatteis | | 0,05 | |

Oberflächenspannung

Was ist eigentlich Oberflächenspannung?

Dieses Phänomen beruht auf der gegenseitigen Anziehung der Flüssigkeitsmoleküle. Innerhalb der Flüssigkeit kompensieren sich die Anziehungskräfte infolge der allseitigen gleichen Beeinflussung. An der Oberfläche werden diese Kräfte durch die angrenzende Gasphase nicht kompensiert. Daraus resultiert eine Kraft, die zur Oberfläche senkrecht und nach innen gerichtet ist.

Um ein Molekül an die Oberfläche zu bringen, muss Arbeit verrichtet werden. Die Oberflächenmoleküle besitzen daher eine größere potentielle Energie. Bei stabilen Gleichgewicht wird deshalb eine Flüssigkeit versuchen eine möglichst geringe Oberfläche einzunehmen, da ihre potentielle Energie dann minimal ist.

Frei schwebende Tropfen sind daher kugelförmig (bestes Verhältnis V:O). Bekannt sind auch Versuche zu **Minimalflächen von Plateau**.

Die zur Vergrößerung einer Oberfläche S um ΔS erforderliche Arbeit ist $\Delta W = \sigma \cdot \Delta S$

σ ... spezifische Oberflächenenergie/ Oberflächenarbeit, ist die zur Erzeugung der Oberfläche aufzuwendende Arbeit pro Fläche. $[\sigma]$... Nm/m^2 bzw. $\text{N/m} = 10^3 \text{ dyn/cm}$ $1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$

Bei Flüssigkeiten wird auch für Oberflächenenergie Oberflächenspannung gesagt.

Mit steigender Temperatur sinkt die Oberflächenenergie, bis sie beim Verschwinden der Phasengrenze am kritischen Punkt den Wert null hat.

Versuche: auf Wasser **schwimmende Objekte** (Nadel und 10 Groschen-Stück)

Die Nadel bzw. das 10 Groschen-Stück liegt wie auf einer elastischen Membran. Drückt man ein Ende des Gegenstands unter Wasser, sinkt er durch das in der Oberfläche entstandene Loch zu Boden.

Von „Oberflächenspannung“ spricht man eigentlich nur, wenn die Flüssigkeit an Vakuum bzw. Luft grenzt, ansonsten spricht man von einer „Grenzflächenspannung“.

Oberflächenaktive Stoffe – Tenside

Man muss Arbeit aufwenden, um ein Molekül aus dem Inneren der Flüssigkeit an die Oberfläche zu bekommen (gegen den Kohäsionsdruck). Die Anziehungskräfte (Van der Waals- Kräfte) zwischen Fremd- und Flüssigkeitsmolekül können stärker oder schwächer als die zwischen zwei gleichartigen Flüssigkeitsmolekülen sein.

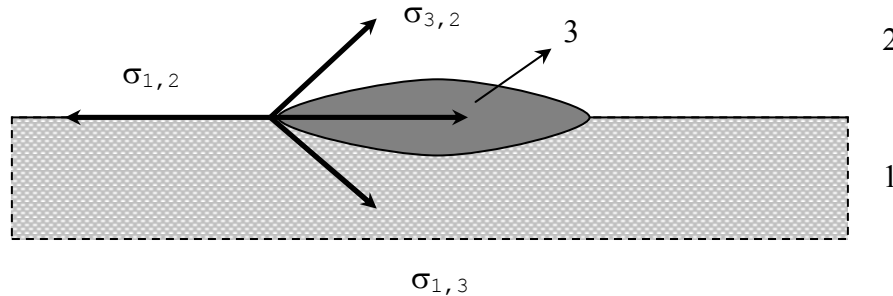
Bei Tensiden sind sie schwächer. Daher werden sich diese Moleküle an der Flüssigkeitsoberfläche ansiedeln (geringerer Energie- bzw. Arbeitsaufwand) und die Oberflächenspannung herabsetzen. (Verwendung als Netzmittel oder Emulgatoren)

Fettsäuren bilden lange Ketten. Die Molekularkräfte an den Enden sind ungleich. An einem Ende steht eine Carboxylgruppe $[\text{COOH}]$, am anderen ein Alkyl-Rest $[\text{CH}_3(\text{CH}_2)_x]$. Es gilt: Die COOH - Gruppe ist hydrophil (wasserliebend), der Alkylrest lipophil (fettliebend). Beim Waschprozess spielt das eine wichtige Rolle.

Ölfilm

Warum breitet sich Öl so gern an der Wasseroberfläche aus?

Im Gleichgewicht kompensieren sich die verschiedenen Grenzflächenspannungen. Die Oberflächenspannung Luft/Wasser ist immer größer als die (vektorielle) Summe der beiden anderen Grenzflächenspannungen; daher zieht $\sigma_{\text{Wasser,Luft}}$ den Öltropfen immer flacher auseinander.



Messung der Oberflächenspannung

Ringmethode:

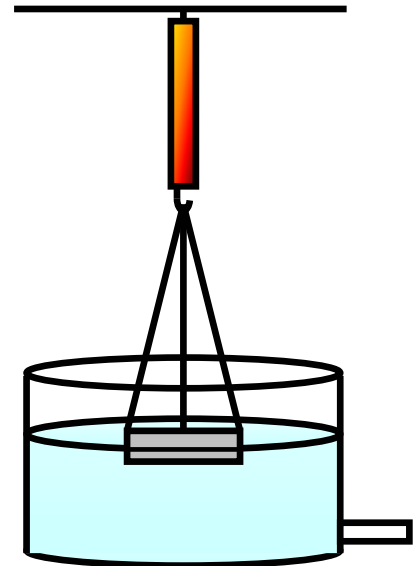
Taucht man einen Zylinder in eine Flüssigkeit, und senkt man den Flüssigkeitsspiegel, so bleibt die Flüssigkeit am Zylinder hängen. Die Oberfläche wird vergrößert. Mit einer Newtonfeder kann man die Kraft, bei der die herausgezogene Lamelle reißt, messen.

Oberflächenänderung $dS = 2 \cdot 2\pi \cdot dx$
(der erste 2er kommt von der Fläche innen und außen.
Diese sind gleich da der Ring sehr dünn ist.)

$$\sigma = dW/dS = F \cdot dx / 4\pi \cdot dx$$

Kürzen ergibt nun: $\sigma = F/4\pi r$

Nun wird F gemessen und somit die Oberflächenspannung bestimmt.



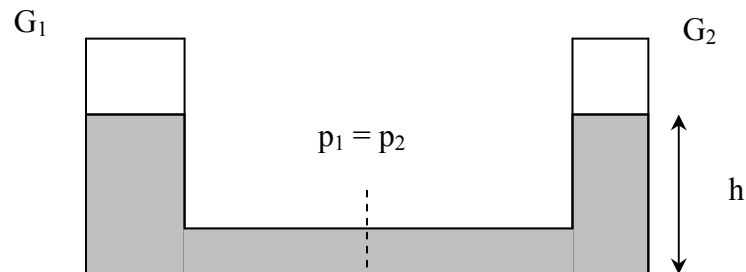
Stalagmometer:

Die Oberflächenspannung bewirkt auch das Austropfen einer Flüssigkeit aus einer Rohröffnung. Die Flüssigkeit bleibt trotz ihrer Schwere zunächst an der Öffnung hängen und bildet einen Tropfen, der genau dann reißt, wenn die Oberflächenspannung, die den Tropfen hält, gerade durch die Gewichtskraft kompensiert wird.

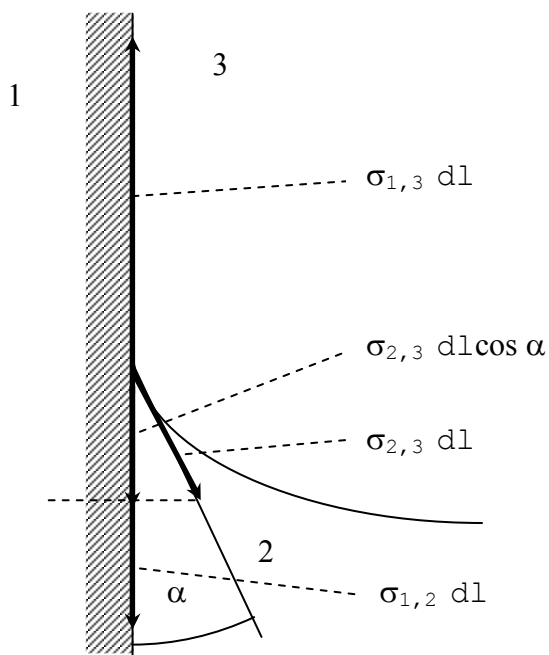
Versuch: Tropft man gleiche Mengen von Methanol und Wasser durch die gleiche Rohröffnung, so zählt man beim Alkohol mehr Tropfen. Obwohl der Alkohol spezifisch leichter ist, bilden sich kleinere Tropfen, da seine Oberflächenspannung so gering ist.

Versuch: Kapillaren

Verbindet man zwei Gefäße durch ein am Boden eingeführtes Rohr, so steht eine eingefüllte Flüssigkeit auf beiden Seiten gleich hoch.



Wir betrachten die Phasengrenze Glaswand/Flüssigkeit genauer:



An einem Linienelement dl der Flüssigkeitsgrenze greifen die Kräfte $\sigma_{1,3} dl$, $\sigma_{2,3} dl$ und $\sigma_{1,2} dl$ an.

Die Flüssigkeitsgrenze, in der dieses Linienelement liegt, verläuft senkrecht zur Zeichenebene. Im Gleichgewichtsfall der Kräfte muss gelten:

$$\sigma_{1,2} + \sigma_{2,3} \cos \alpha = \sigma_{1,3}$$

benetzende Flüssigkeiten $\sigma_{1,3} > \sigma_{1,2}$

nicht benetzende Flüssigkeiten $\sigma_{1,3} < \sigma_{1,2}$

In einer sehr dünnen Röhre befinden sich viele Flüssigkeitsmoleküle innerhalb der Glasmolekülwirkungssphäre. Daher treten in Kapillaren die Wirkungen der Grenzflächenspannung besonders gut in Erscheinung.

Schmale Kapillaren: $p = 2\sigma/r'$

Der Radius r der Kapillare ist die Projektion von r' auf die Horizontalebene: $r = r' \cos \varphi$

Das heißt: $p = 2\sigma \cos \varphi / r$

Uns interessiert aber nur die horizontale Komponente der Fläche – jene Fläche, die senkrecht auf p steht;

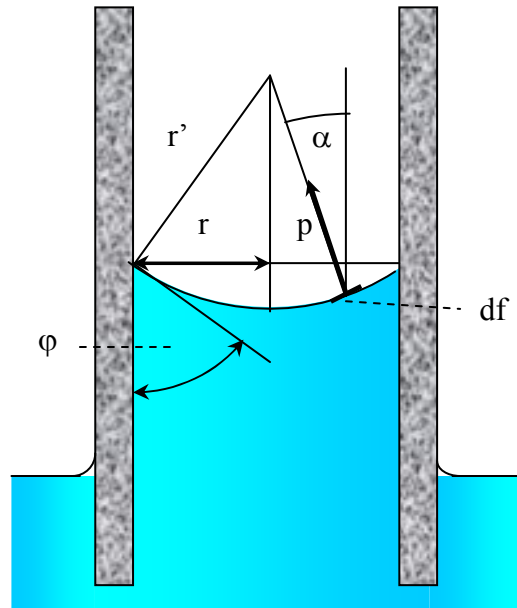
Die Fläche gibt den Kreis: $r^2 \pi$

Die Kraft ist $F_p = p \cdot A$ somit $F_p = 2\sigma \cos \varphi \cdot r \pi$.

Diese Kraft hebt die Flüssigkeit so weit in die Höhe, bis ihr das Gewicht der gehobenen Flüssigkeitsmenge das Gleichgewicht hält.

Ist h die Steighöhe, ρ die Dichte der Flüssigkeit, so ist das Gewicht der gehobenen Flüssigkeit $r^2 \pi h \rho g$. Gleichgewichtsbeziehung:

$$r^2 \pi h \rho g = 2\sigma r \pi \cos \varphi$$



Somit folgt für die Steighöhe

$$h = 2\sigma \cos \varphi / r \rho g$$

Bei benetzende Flüssigkeiten kann man

φ null setzen, weil sich r mit r' deckt, wodurch $\cos \varphi = 1$ wird.

$$h = 2\sigma / r \rho g$$

Anwendungsbeispiele treten in der Natur, Chemie und Technik auf.

Einige Beispiele wären: Pflanzenstengel, Wurzeln, Blutgefäße, ...

Bei zwei parallelen Glasplatten im Abstand d ist die Steighöhe halb so groß wie bei einer Kapillare, dessen Durchmesser gleich dem Abstand entspricht.

$$h = 2\sigma / d \rho g$$

Nun betrachten wir einen **Keil**:

Der Ursprung des Koordinatensystems sei die untere Ecke der Spitze. Von dort aus sei y in die Höhe gemessen und x auf der Symmetrieebene der Grundfläche.

Es gilt: $d/2 = x \tan \alpha/2$

wobei d der Abstand der Seitenflächen in Höhe der Wasseroberfläche ist.

Setzt man dies in die Steighöhenformel für zwei parallelen Glasplatten ein so bekommt man:

$$xy = \sigma / \rho g \tan \alpha/2 = \text{const.}$$

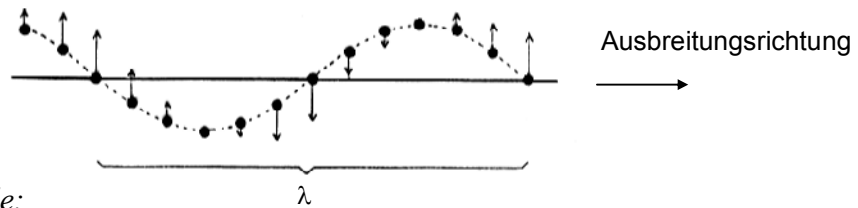
Das entspricht einer Hyperbel.

Wellen

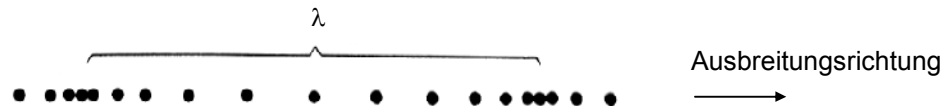
Wellen entstehen, wenn sich eine Störung (Schwingung eines Oszillators) in einem System gekoppelter Oszillatoren ausbreitet. Eine periodische (harmonische) Störung (z.B.: Sinusschwingung) ergibt eine harmonische Welle.

Es gibt zwei Arten von Wellen:

- *Transversalwelle:*



- *Longitudinalwelle:*



Eindimensionale Wellen

Breiten sich nur in eine Richtung aus (z.B. Seilwelle entlang der z-Achse).

$$x(z, t) = A \cdot \sin(\omega t - kz) \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{und} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

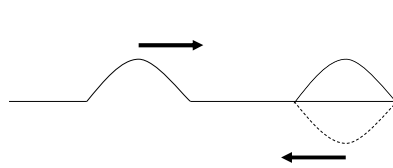
Phasengeschwindigkeit: Ausbreitungsgeschwindigkeit eines bestimmten Auslenkungswertes (Amplitude)

$$v_{Ph} = \frac{\omega}{k} = \lambda f \quad \text{mit} \quad f = \frac{1}{T}$$

Reflexion eindimensionaler Wellen:

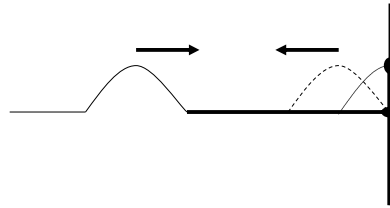
Breiten sich Wellen in einem räumlich begrenzten Gebiet aus, werden sie an den Begrenzungen reflektiert.

- *festes Ende* (z.B.: festgebundenes Seil):



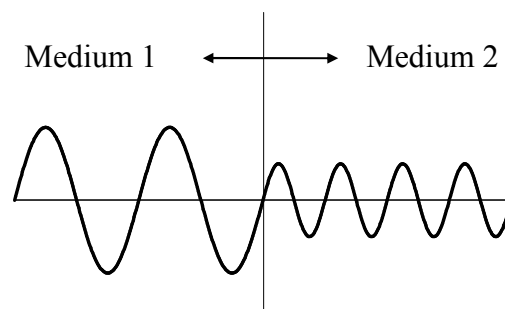
Es ist ein Phasensprung von 180° zu beobachten!

- *freies Ende:*



Es ist kein Phasensprung zu beobachten!

Fortpflanzung in unterschiedlichen Medien:



Fortpflanzungsgeschwindigkeit (v_{ph}) ändert sich!

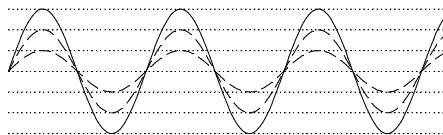
Die Frequenz f bleibt gleich (siehe getriebener, gedämpfter Oszillator), die Wellenlänge λ ändert sich.

Überlagerung von Wellen (Interferenz)

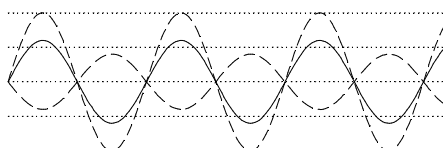
Die Gesamtamplitude ergibt sich aus der Addition der einzelnen Amplituden. (Superpositionsprinzip). Die Einzelwellen werden dabei nicht verändert!

Überlagerung zweier Wellen mit gleichem f und λ :

- *konstruktive Interferenz*

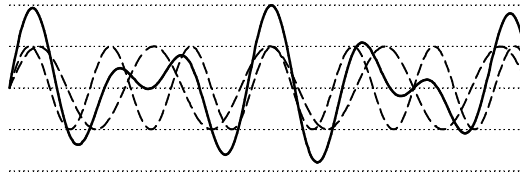


- *destruktive Interferenz:*



Überlagerung von Wellen unterschiedlicher λ und f :

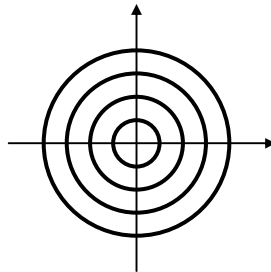
Es treten Schwebungen auf:



Mehrdimensionale Wellen

Breiten sich in 2 oder 3 Richtungen aus.

(z.B: Durch einen Stein hervorgerufene Wasserwelle, 2 – dimensionale Welle, „Elementarwelle“)

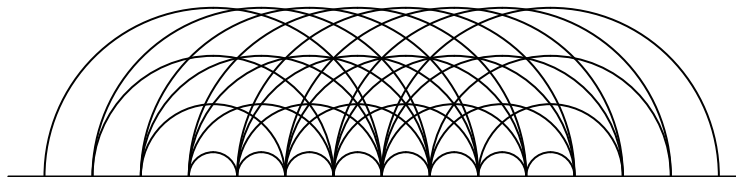


Huygen'sches Prinzip

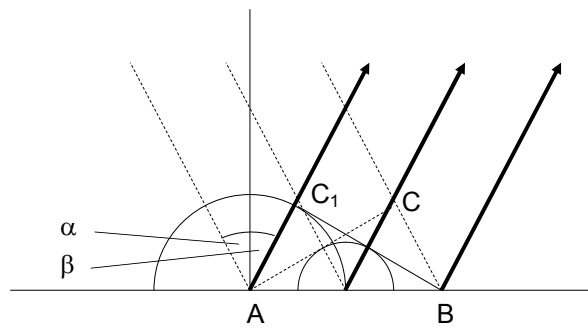
An jedem Punkt den eine Welle erreicht wird eine Elementarwelle ausgesendet. (kreis- oder kugelförmig). Die beobachtete Welle ergibt sich aus der Überlagerung der Elementarwellen. Sie entspricht der Einhüllenden der Elementarwellen.

Mit dem Huygen'schen Prinzip lassen sich Reflexion, Brechung und Beugung ebener Wellen erklären. Bei *ebenen Wellen* sind die Wellenfronten gerade Linien.

Bsp.: Überlagerung zu einer ebenen Welle:



Reflexion einer ebenen Welle

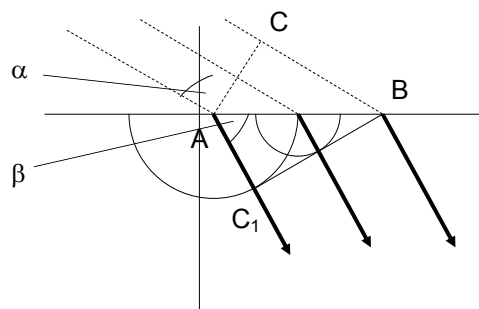


Die Dreiecke ABC und ABC₁ sind kongruent →

$$\alpha = \beta$$

Einfallswinkel = Ausfallswinkel

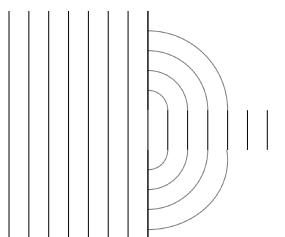
Brechung einer ebenen Welle



$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{v_1 \cdot \Delta t}{AB} \quad \text{und} \quad \sin \beta = \frac{AC_1}{AB} = \frac{v_2 \cdot \Delta t}{AB}$$

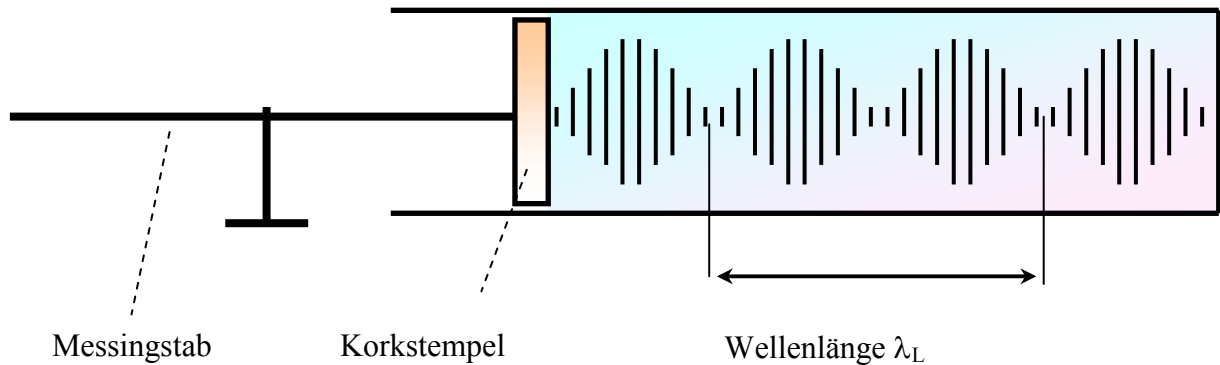
$$\rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

Beugung einer ebenen Welle



Intensität auch im geometrischen Schatten!

Die Kundt'sche Röhre



Aufbau: Zuerst wird das Korkmehl gleichmäßig in der Röhre verteilt, indem man sie von der Halterung nimmt und sie herumdreht. Dann schiebt man diese behutsam über den Korkstempel bis zu einer Markierung. Diese ist dazu da, dass man ein ganzzahliges Vielfache der Wellenlänge sofort einstellen kann, und nicht zuerst herumprobieren muss, bis man stehende Wellen bekommt.

Durchführung: Der eingespannte Stab wird durch festes Reiben mit einem Leinentuch in Längsschwingungen versetzt. Der Korkstempel am Ende des Stabes bringt die Luft in der Röhre in Schwingungen. Es entsteht eine stehende Welle, sofern die Distanz zwischen Kolben und Röhrenende geeignet gewählt wurde. Dabei wird das Korkmehl an den Stellen der Schwingungsbäuche aufgewirbelt, während sie an den Orten der Schwingungsknoten liegen bleiben. Der Abstand benachbarter Knoten ist die halbe Wellenlänge. Außerdem erkennt man, dass bei den beiden Enden Knoten existieren.

Anmerkung: Die Schwingung eines in der Mitte eingespannten Stabes ist als stehende Welle, deren Wellenlänge gleich der doppelten Stablänge ist, aufzufassen.

$$c_L = v \lambda_L \quad c_{St} = v \lambda_{St}$$

Gleichsetzen der Frequenz ergibt:

$$c_L \lambda_{St} = c_{St} \lambda_L \quad \longrightarrow \quad c_L = \frac{c_{St} \lambda_L}{\lambda_{St}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

v = Frequenz

λ_{St} = doppelte Stablänge

c_{St} = Schallgeschwindigkeit im Stab

wobei $c_{St} = \sqrt{E/\rho} = 3481 \text{ m/s}$

E = Elastizitätsmodul des Stabmaterials

ρ = Dichte des Stabmaterials

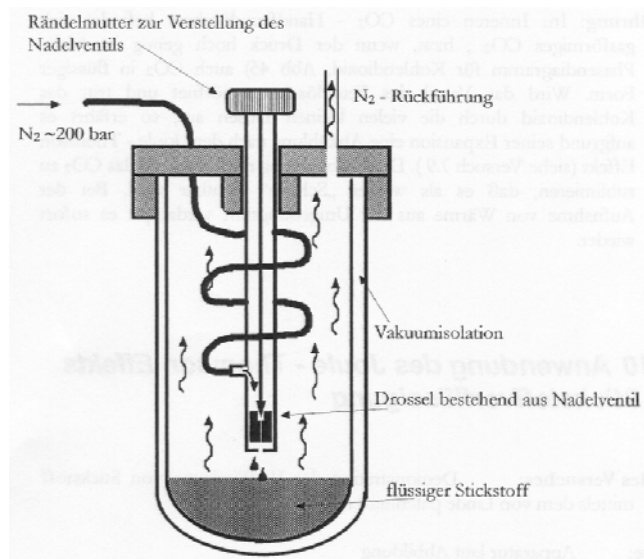
λ_L = doppelter Abstand zweier benachbarter Knoten

c_L = Schallgeschwindigkeit in Luft

Verflüssigung von Stickstoff

Einleitung: 1895 ließen sich Linde und Hampson gleichzeitig aber unabhängig voneinander ein Verfahren zur Verflüssigung von Gasen patentieren, das auch heute noch von Bedeutung ist. Das Verfahren beruht auf den Joule-Thomson-Effekt, der nur bei realen Gasen auftritt, und wird meist in Verbindung mit einer Gegenstromvorkühlung ausgeführt.

Beschreibung: Auf diesen Effekt der Temperaturniedrigung aufgrund des Joule-Thomson-Prozesses beruhen die von Linde und Hampson angegebenen Maschinen zur Verflüssigung von Gasen. In den Verflüssigungsanlagen dient als Drosselement für das Gas ein Ventil, das in die Rohrleitung eingebaut ist. Auf einer Seite des Ventils wird durch einen Kompressor stets ein bestimmter Gasdruck aufrechterhalten. Das Gas strömt durch das Ventil in einen größeren Raum und entspannt sich dabei im allgemeinen auf Atmosphärendruck. Bei der Entspannung des Gases im Drosselventil tritt eine Temperaturniedrigung auf, die zur Abkühlung ausgenutzt werden kann.



Durchführung: Der Stickstoff tritt bei Raumtemperatur in den Verflüssiger ein, der im wesentlichen aus einem Gegenstromwärmeaustauscher, dem Joule-Thomson-Ventil und dem Behälter besteht. Die ganze Einheit befindet sich in einem Dewar-Gefäß. Der Stickstoff strömt durch die Hochdruckleitung und wird am Drosselventil entspannt. Er tritt also im Behälter nur noch mit einem geringeren Überdruck gegenüber Atmosphärendruck ein. Aus dem Behälter wird der Stickstoff wieder zurück geleitet bzw. abgelassen. Wesentlich ist hierbei, dass der nicht verflüssigte, aber schon stark abgekühlte Stickstoff im Gegenstrom den ankommenden, komprimierten Stickstoff vorkühlt.

Der Anlaufvorgang der Verflüssigung ist also folgender:

Nach dem Einschalten wird der Stickstoff mit einer Temperatur von etwa 293 K in den Gegenströmer eintreten. Am Drosselventil wird der komprimierte Stickstoff isenthalpisch entspannt und kühlt sich ab (Joule-Thomson-Effekt). Im Behälter B wird er also eine niedrigere Temperatur besitzen, die z.B. 260 K beträgt. Dieser kalte Stickstoff strömt nun im Wärmetauscher des komprimierten Stickstoff von 293 K entgegen und kühlt diesen vor. Am Drosselventil entspannt sich dieser, der jetzt eine Temperatur von z.B. 270 K besitzt, und nimmt eine Temperatur von 240 K an. Dieser abgekühlte Stickstoff dient wiederum im gleichen Kreislauf zur weiteren Kühlung der Hochdruckluft. Der kontinuierlich fortschreitende Kühlprozess läuft solange, bis im Behälter die Siedetemperatur des flüssigen Stickstoff erreicht ist. Dann wird sich ein Teil verflüssigen, während der Rest wieder in den Gegenströmer eintritt und die Kühlung des komprimierten Stickstoff übernimmt.