

Der Resolutionskalkül

Resolution: *Unifikation* + Schnitt.

notwendig:

- Umbenennung von Variablen
- Faktorisierung

Beispiel (Umbenennung):

$$C_1 = \vdash Q(x), P(x),$$

$$C_2 = P(f(x)) \vdash Q(x).$$

- $\{P(x), P(f(x))\}$ nicht unifizierbar,
- $\{x \doteq f(x)\}$ unlösbar.

Daher *Umbenennung*:

$$C_1 = \vdash Q(x), P(x),$$

$$C'_2 = P(f(y)) \vdash Q(y).$$

- $\{P(x), P(f(y))\}$ unifizierbar,
- A.U. $\sigma = \{x \leftarrow f(y)\}$.

Anwendung von σ :

$$\sigma(C_1) = \vdash Q(f(y)), P(f(y)),$$

$$\sigma(C'_2) = P(f(y)) \vdash Q(y).$$

$$\text{Schnitt} \Rightarrow C_3 = \vdash Q(y), Q(f(y)).$$

Umbenennung immer nötig:

$$D_1 = \vdash Q(x, y), P(x),$$

$$D_2 = P(f(y)) \vdash Q(x, y).$$

Wenden wir den A.U. $\{x \leftarrow f(y)\}$ von $\{P(x), P(f(y))\}$ auf beide Klauseln und anschliessend den Schnitt an, so erhalten wir die Klausel

$$D_3 = \vdash Q(x, y), Q(f(y), y).$$

Umbenennung:

$$D_1 = \vdash Q(x, y), P(x),$$

$$D'_2 = P(f(u)) \vdash Q(v, u).$$

ergibt

$$D'_3 = \vdash Q(f(u), y), Q(v, u).$$

$\{D'_3\}$ ist allgemeiner als $\{D_3\}$!

Faktorisierung:

$$\mathcal{C} = \{C_1: \vdash P(x), P(y); C_2: P(u), P(v) \vdash\}.$$

Es gibt 4 Möglichkeiten je ein Atom aus C_1 und C_2 auszuwählen, diese zu unifizieren und dann die Schnittregel anzuwenden. In allen 4 Fällen ergibt sich (modulo Umbenennung der Variablen) die Klausel

$$C_3: P(u) \vdash P(x).$$

Nach entsprechender Variablenumbenennung liefern die Klauseln

$$C_1 = \vdash P(x), P(y) \text{ und}$$

$$C'_3 = P(u) \vdash P(z)$$

nach Unifikation von $\{P(x), P(u)\}$ und anschliessendem Schnitt die Klausel

$$\vdash P(y), P(z)$$

Lösung:

Unifikation innerhalb von Klauseln!

$$\mathcal{C} = \{C_1: \vdash P(x), P(y); C_2: P(u), P(v) \vdash\}.$$

Wende auf C_1

$$\sigma = \{x \leftarrow y\}$$

an und auf C_2

$$\tau = \{u \leftarrow v\}$$

dann gilt

$$\sigma(C_1) = \vdash P(y),$$

$$\tau(C_2) = P(v) \vdash.$$

mit $\lambda = \{y \leftarrow v\}$ gilt dann

$$\lambda \circ \sigma(C_1) = \vdash P(v),$$

$$\lambda \circ \tau(C_2) = P(v) \vdash.$$

$$\frac{\vdash P(v) \quad P(v) \vdash}{\vdash} S$$

Definition (Resolvent):

Seien

$$C_1 = \mathcal{F}_1 \vdash \mathcal{G}_1 \dot{\cup} \mathcal{A} \text{ und}$$

$$C_2 = \mathcal{B} \dot{\cup} \mathcal{F}_2 \vdash \mathcal{G}_2$$

zwei variablenfremde Klauseln und $\mathcal{A}, \mathcal{B} \neq \emptyset$. Existiert nun ein A.U. σ der Menge $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$ dann heisst die Klausel

$$D = \sigma(\mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2) \vdash \sigma(\mathcal{G}_1 \cup \mathcal{G}_2)$$

ein *Resolvent* von C_1 und C_2 .

Die Regel

$$\frac{\mathcal{F}_1 \vdash \mathcal{G}_1 \dot{\cup} \mathcal{A} \quad \mathcal{B} \dot{\cup} \mathcal{F}_2 \vdash \mathcal{G}_2}{\sigma(\mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2) \vdash \sigma(\mathcal{G}_1 \cup \mathcal{G}_2)} (R)$$

wird als *Resolutionsregel* bezeichnet.

Der Resolutionskalkül:

Der *Resolutionskalkül* ist jener Kalkül auf Klauseln, dessen

- einzige Regel die Resolution ist.

Eine Klausel, die nicht Konklusion einer Regelanwendung ist heisst

- Axiomklausel.

Eine Resolutionsableitung heisst Resolutionsableitung aus \mathcal{C} , wenn die Axiomklauseln Klauseln aus \mathcal{C} oder Varianten von Klauseln aus \mathcal{C} sind.

Eine Resolutionsableitung von \vdash aus einer Menge von Klausel \mathcal{C} heisst

- *Resolutionswiderlegung*

von \mathcal{C} .