Mathematik Vormittag

06.11.09

A, R äquival.

$\underline{K(a) := \{ b \in A \mid a R b \}}$

vereinigen

Satz 1.59 $\quad A = \bigcup\limits_{a \in A} K(a) \ldots$ Partition

Äquiv. Relation $R \Rightarrow A = \bigcup\limits_{a \in A} K(a) \ldots$ Partidion

sind nicht leere Menge

vereinigen

$\circ)\ a \in K(a) \quad (\neq \emptyset) \Rightarrow A \subseteq \bigcup\limits_{a \in A} K(a)$

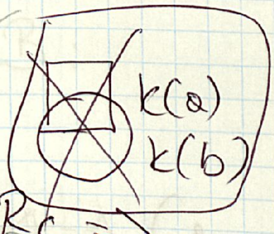
wegen $K(n) \leq A \Rightarrow A \leq \bigcup\limits_{a \in A} K(a) \Rightarrow$

$\circ\ K(a) = K(b)$

existiert

ersteht in Relatio mit c

$\circ)\ \exists c \in K(a) \cap K(b) \Rightarrow a R c \wedge$ und $b R c \Rightarrow$



Mit diese Ueberlegung können wir mit jeden Element anstellen ist!

Menge sind nicht leer $\Rightarrow$ Daher können wir so schreiben!

$\Rightarrow a R b$

$\bigcup\limits_{a \in A} \tilde{K}(a) = A \quad$ Partidion $\Rightarrow R := c R d$

wenn gleich

$\Leftrightarrow \tilde{K}(c) = \tilde{K}(d)$

3 Bedingungen

$\circ)\ c R c \quad \tilde{K}(c) = \tilde{K}(c)$

$\circ)\ c R d \Rightarrow d R c \quad \tilde{K}(c) = \tilde{K}(d) \Rightarrow \tilde{K}(d) = \tilde{K}(c)$

$\circ)\ c R d,\ d R e \Rightarrow \tilde{K}(c) = \tilde{K}(d) \wedge \tilde{K}(d) = \tilde{K}(e)$

$\Rightarrow \tilde{K}(c) = \tilde{K}(e)$

Wie viele äquivalent Relation gibt es? Diese Mengen sind disj.

$A=\{1,2,3\}$

$A=\{1\}\cup\{2\}\cup\{3\}$ (1)

$A=\{1,2\}\cup\{3\}$ (2)

$A=\{1,3\}\cup\{2\}$ (3)

$A=\{2,3\}\cup\{1\}$ (4)

$A=\{1,2,3\}$ (5)

All Relation

$\boxed{B}$ Halbordnungen ($\leq$)

R .... Halbordnung : $\Leftrightarrow$

wenn

- Reflexivität: $aRa \ \forall a \in A$
- Antisymmetrie: $(aRb) \wedge (bRa) \Rightarrow a=b$
- Transitivität: $(aRb) \wedge (bRc) \Rightarrow aRc$

- $A=\mathbb{N}$ $aRb :\Leftrightarrow a|b$
  - $a|a$
  - $a|b \wedge b|a \Rightarrow a=b$
  - $a|b \wedge b|c \Rightarrow a|c$ ✓

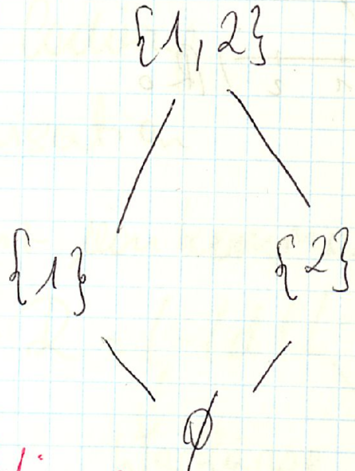
- $M,\ A=P(M)$; R .. $\subseteq$ Antisymmetrie
  - $a \in P(M)$: $a \subseteq a$ ✓
  - $a \subseteq b,\ b \subseteq a \Rightarrow a=b$
  - $(a \subseteq b) \wedge (b \subseteq c) \Rightarrow a \subseteq c$

$\subseteq \Rightarrow$ ↳ Teilmenge

$M = \{1,2\}$

Potenzmenge
$P(M) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

Man kann diese Elemente nicht vergleichen
handelt nicht um Halbordnung



4 Funktionen

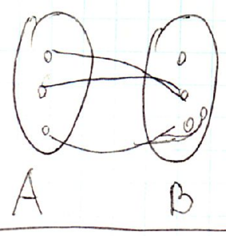
beide sind nicht leer
$A, B \neq \emptyset$ $\Rightarrow$

u. eine Relation, für alle a gilt, existiert genau ein Element aus
$R: \forall a \in A: \exists! \, b \in B:$
aRb

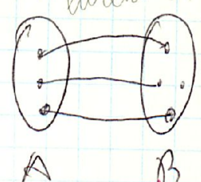
meistens schreibt man so, meint das ganze
$b = f(a)$

(A, B, R_f) .. Funktion

$\Rightarrow$ endl. Elemente

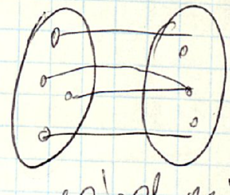


trifft höchstens 1x

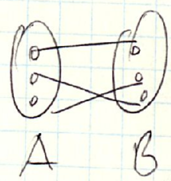


Kardinalität mind. ist gleich

"injektiv"
(jedes $b \in B$ höchstens einmal getroffen)



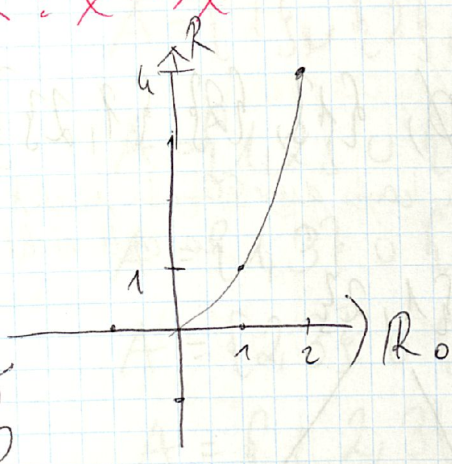
"surjektiv"
jedes $b \in B$:
"wird mindestens 1 Mal getroffen"



bijektiv:
"genau ein..."

$\mathbb{R}^+_0 \longmapsto \mathbb{R} : x \to x^2$

positiv



injektiv
aber
nicht
surjektiv