

Ausarbeitung der typischen Prüfungsfragen für  
**Elektrotechnische Grundlagen der Informatik**  
**VO (4.5 ECTS)**

Vortragender: GRÜNBACHER, Herbert; O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn.  
Semester: SS 09

Ausarbeitung:

Autor: Wolfgang Wallner  
wolfgang - wallner (at) gmx (dot) at

Zeitraum: September 2009

Status: \*) unvollständig (für Kapitel 10 + 11 hatte ich keine Zeit mehr)  
\*) Richtigkeit der Antworten würde von niemandem überprüft

**Disclaimer:**

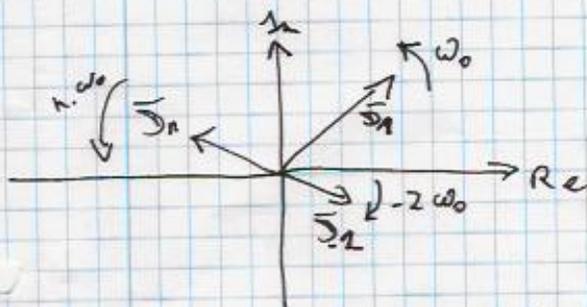
Das sind nur meine Gedanken zu den Fragen, inklusive aller Verständnisfehler! Wenn euch etwas komisch vorkommt, es sicher besser, das selber noch mal herzuleiten, als meinen Notizen zu vertrauen!

**Viel Glück bei der Prüfung!!**

$$1.1) \quad \bar{x}(t) = A \cdot e^{j\omega_0 t + \varphi} = A \cdot [\cos(\omega_0 t + \varphi) + j \sin(\omega_0 t + \varphi)]$$

$$x(t) = \operatorname{Re} \{ A \cdot e^{j\omega_0 t + \varphi} \} = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \bar{D}_k \cdot e^{j k \omega_0 t}$$



Einseitig:  $s(t) = X_0 + \sum_{k=1}^N \bar{X}_k \cdot e^{j k \omega_0 t}$

Zweiseitig:  $s(t) = X_0 + \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{X_n}{2} \cdot e^{j \omega_n t} + \frac{X_n^*}{2} \cdot e^{-j \omega_n t} \right\}$

$$1.2) \quad s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot \cos(k \omega_0 t + \varphi_k)$$

$$\bar{s}(t) = X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{X}_n \cdot e^{j \omega_n t} \quad \bar{X}_n = A_n \cdot e^{j \varphi_n}$$

1.3) reell:  $A_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \cos(k \omega_0 t) dt$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin(k \omega_0 t) dt$$

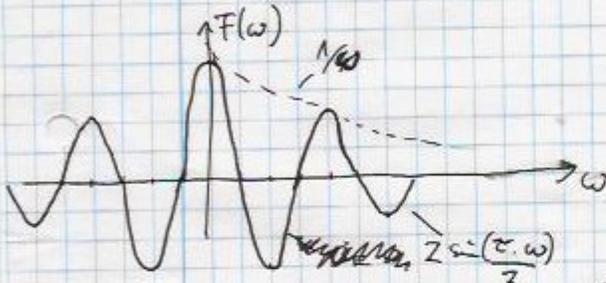
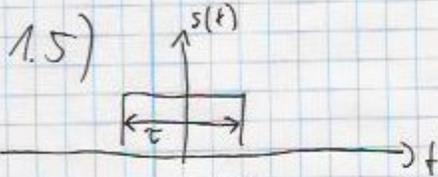
$$s(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot \cos(k \omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cdot \sin(k \omega_0 t)$$

komplex:  $D_k = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) \cdot e^{-j k \omega_0 t} dt$

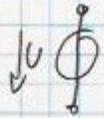
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} D_k \cdot e^{j k \omega_0 t}$$

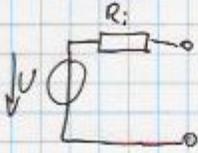
$$1.4) \quad s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

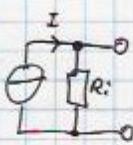


$$F(\omega) = \frac{2 \sin\left(\frac{\tau \cdot \omega}{2}\right)}{\omega} = \tau \cdot \frac{\sin\left(\frac{\tau \cdot \omega}{2}\right)}{\frac{\tau \cdot \omega}{2}} = \tau \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega \tau}{2}\right)$$

2.1) ideale Spannungsquelle: 

reale -s-: 

ideale Stromquelle: 

reale -r-: 

Umwandlung Strom  $\leftrightarrow$  Spannungsquelle:

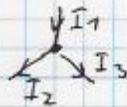
$$U_0 = I_0 \cdot R_i$$

$\swarrow$  Leerlaufspannung Stromquelle       $\downarrow$  Kurzschlussstrom Spannungsquelle       $\searrow$  Innenwiderstand

Maximale Leistung:  $R_L = R_i$

- $\hookrightarrow$  Rechenweg:
- Formel für Leistung  $P(R_L) = \dots$
  - Ableiten nach  $R_L$ , Nullsetzen
  - Umformen  $R_L = \dots$

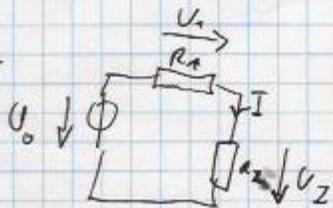
2.2) Knotenregel:



$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0$$

Maschenregel:



$$U_0 - U_1 - U_2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^N U_i = 0$$

2.3)

Widerstand R:

$$I = \frac{U}{R}$$

Kapazität C:

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

$$I(s) = C \cdot s \cdot U(s)$$

Induktivität L:

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$U(s) = L \cdot s \cdot I(s)$$

2.4)

Kapazität:

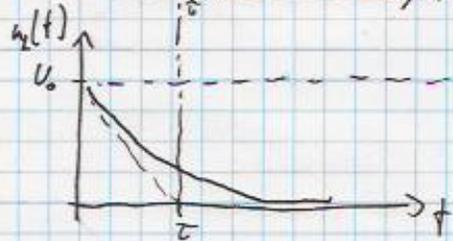
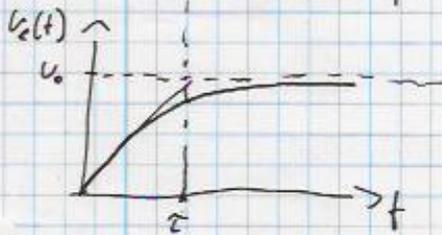
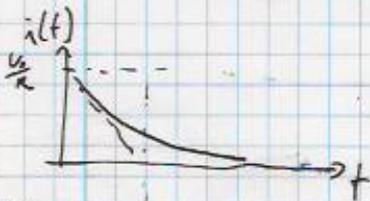
Induktivität:

$$u_c(t) = U_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$i_L(t) = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\tau = R \cdot C$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$



### 3.1) Serienschaltung:

$$R_{ges} = \sum R$$

$$L_{ges} = \sum L$$

$$C_{ges} = \frac{1}{\sum \frac{1}{C}}$$

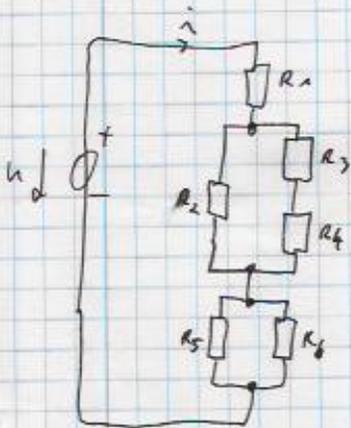
### Parallelschaltung:

$$R_{ges} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}}$$

$$L_{ges} = \frac{1}{\sum \frac{1}{L}}$$

$$C_{ges} = \sum C$$

### 3.2) Ersatzwiderstand Ohmscher Netzwerke



$$R_{ges} = R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4) + R_5 \parallel R_6$$

### 3.3) Knotenpotentialanalyse:

- Referenzknoten wählen
- Knotengleichung für restliche Knoten
- Ausdrücken durch Knotenspannungen
- U<sub>in</sub> formen → fertig

### 3.4) Schleifenanalyse:

- Graph teilen in Baum + Glieder
- Schleifenströme bestehend aus Gliedern + Bauteilen einzeichnen
- $\sum u = 0$  für jede Schleife, ausdrücken durch Schleifenströme
- U<sub>in</sub> formen → fertig

4.1) Leichtstrom: Nur U- und I-quellen und R, s.

Knoten und Schleifenanalyse  
Wechselstrom

$$\frac{1}{j\omega C} \text{ für Kapazität} \quad \vec{u}(t)$$

$$j\omega L \text{ für Induktivität} \quad \vec{i}(t)$$

Transient

$$U(s), I(s), sL, \frac{1}{sC} \quad s i = \frac{d i}{d t}$$

Lösen  $\Rightarrow$  Rücktransformation (Tabelle)  $\Rightarrow$  Fertig

---

4.2)  $|P_s| = \sqrt{P^2 + P_B^2} \quad \vec{Z} = R + jX$

$$\vec{P}_s = \vec{P} + jP_B \quad P = I_{\text{eff}}^2 \cdot R$$

$$P_B = I_{\text{eff}}^2 \cdot X$$

$$u_{\text{eff}} = \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt$$

$\hookrightarrow$  RMS  
Root Mean Square

---

4.3)  $\frac{1}{j\omega C}$  bzw  $\frac{1}{sC}$

$$j\omega L \text{ bzw } sL$$

4.4) charakteristische Glog

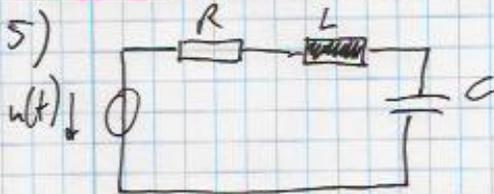
3 Fälle für  $\lambda$ :  
 $\lambda_1 = \lambda_2$   $\lambda_1, \lambda_2$  reell  
 $\lambda_1, \lambda_2$  konjugiert komplex

→ homogene Lösung

a) Ansatz entsprechend ~~der~~ Erregung

→ partikuläre Lsg

4.5)



$$0 = -U(s) + I(s) \cdot R + s \cdot I(s) \cdot L + \frac{1}{sC} \cdot I(s)$$

$$I(s) = U(s) \cdot \frac{1}{R + sL + \frac{1}{sC}}$$

4.6) siehe Korrespondenztabelle

4.7) Polynomdivision falls Grad(Zähler)  $\geq$  Grad(Nenner)

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}x^6 + 2x^5 - x^4 + \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - x : \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 = \boxed{x^4 + x} \\ - \frac{1}{2}x^6 + 2x^5 - 4x^4 \\ \hline 2x^5 - 4x^4 + \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - x \\ - 2x^5 + 4x^4 - 2x^3 \\ \hline \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - x \\ - \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - x \\ \hline 0 \text{ Rest} \end{array}$$

$$F(s) = \frac{7s+11}{s^2+4s+3} = \frac{7s+11}{(s+3)(s+1)}$$

$$\begin{aligned} 3 &= x \cdot y & 3 &= (4-y) \cdot y = 4y - y^2 \\ 4 &= x + y & x &= 4-y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{7s+11}{(s+3)(s+1)} &= \frac{A}{s+3} + \frac{B}{s+1} \\ 7s+11 &= A(s+1) + B(s+3) \\ 7s+11 &= As+A + Bs+3B \\ 7s+11 &= s(A+B) + A+3B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 &= A+B & A &= 7-B \\ 11 &= A+3B & 11 &= 7-B+3B \\ 4 &= 2B & B &= 2 = A-5 \end{aligned}$$

$$\frac{7s+11}{(s+3)(s+1)} = \boxed{\frac{5}{s+3} + \frac{2}{s+1}}$$

4.8) Systemfunktion = Antwort auf Dirac-Impuls

$$H(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

Nullstelle: Zähler = 0

Polstelle: Nenner = 0

Symbol

o

x

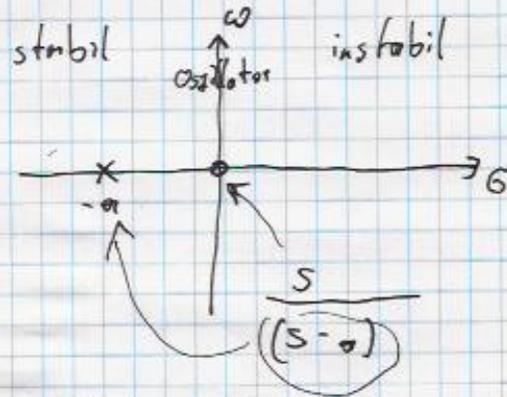
$$A(s) = H(s) \cdot G(s)$$

Antwort

Systemfunktion

Erregung

PW-Diagramm



Nenner

"charakteristisches Polynom"

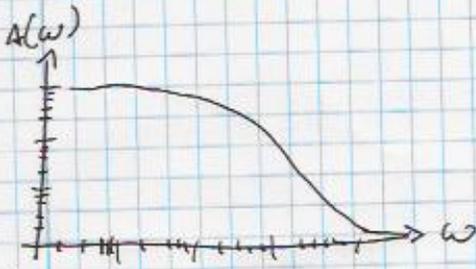
Pole → Eigenfrequenzen

Erregung mit Dirac → Eigenschwingung

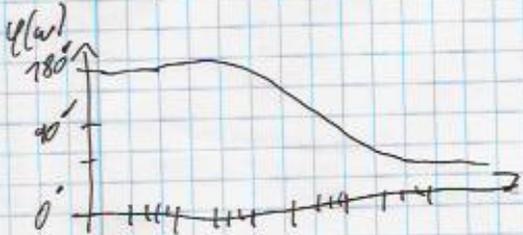
4.9) 
$$A(s) = H(s) \cdot G(s)$$

- 1)  $H(s)$  erhält man durch Netzwerkanalyse
- 2) Erregungsfunktion  $g(t)$  wird Laplace-transformiert  $\Rightarrow G(s)$
- 3) Multiplikation  $H(s) \cdot G(s) \Rightarrow A(s)$
- 4) Inverse Laplace  $\mathcal{L}^{-1}\{A(s)\} \Rightarrow a(t)$  mit Korrespondenztabelle

4.10)



Amplitudengang



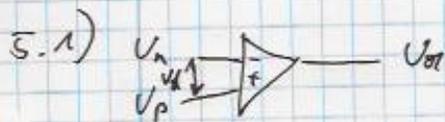
Phasengang

---

$$4.11) a(t) = h(t) * g(t) = \int_0^t h(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau$$

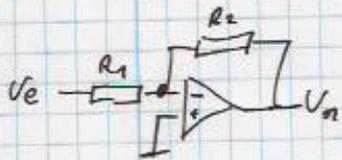
$h(t)$  erhält man durch

- direktes Lösen der Diff'glg
- Inverse Laplace



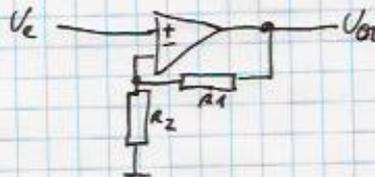
- +) hohe Verstärkung  $V$
- +) hoher Eingangs-widerstand
- +) kleiner Ausgangs-widerstand

$$U_{out} = (U_P - U_n) \cdot V$$



$$U_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_e$$

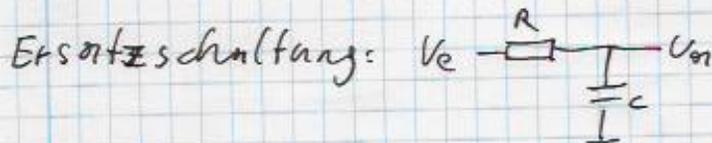
$$R_{in} = R_1$$



$$U_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{in}$$

$$R_{in} = \infty$$

- 5.2)
- +) Millereffekt spiegelt parasitäre Kapazitäten
  - +) Gemeinsam mit Schaltungswiderständen ergibt sich ein Tiefpass

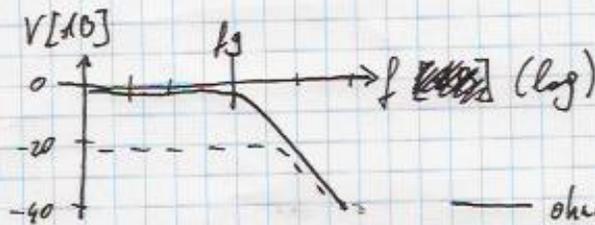


$$\frac{U_{out}}{U_e} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$= \frac{1}{1 + jf \underbrace{2\pi RC}_{f_g}}$$

$$= \frac{1}{1 + f/f_g}$$

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow \frac{1}{f_g} = 2\pi RC$$



— ohne Gegenkopplung  
 - - - mit Gegenkopplung

Gegenkopplung  $\Rightarrow$  kleinere Verstärkung,  
 größere Bandbreite ( $f_g$ )

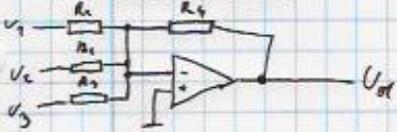
sd 5.2)

$$A_0 = \frac{V_0}{1 + \alpha V_0}$$

$$f_{gd} = f_{gc} (1 + \alpha V_0)$$

$$A(f) = \frac{A_0}{1 + j \frac{f}{f_{gd}}}$$

6.1) Addierer:

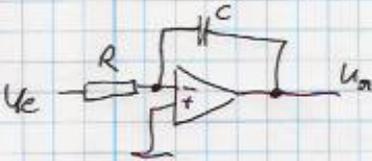


$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} = -\frac{U_a}{R_4}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4$$

$$\Rightarrow U_a = -(U_1 + U_2 + U_3)$$

Integrator:



Ruhestrom +  
offsetstrom } ungünstig!!

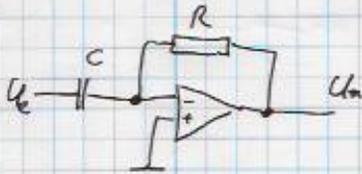
$$i_e + i_c = 0$$

$$\frac{U_e}{R} + C \frac{dU_a}{dt} = 0$$

$$\frac{dU_a}{dt} = -\frac{1}{RC} U_e$$

$$U_a = -\frac{1}{RC} \int U_e dt + U_a|_{t=0}$$

Differentiator:



Schwingungsverhalten!

$$i_e + i_c = 0$$

$$C \cdot \frac{dU_e}{dt} + \frac{U_a}{R} = 0$$

$$\Rightarrow U_a = -R \cdot C \cdot \frac{dU_e}{dt}$$

6.2) Polenapproximation: (Butterworth-Filter)

$$|H(j\omega)|^2 = H(j\omega) \cdot H(-j\omega)$$

$$F(j\omega) = \frac{1}{H(j\omega)}$$

$$F(s) \cdot F(-s) = 1 + (-1)^n \cdot s^{2n}$$

Nullstellen:

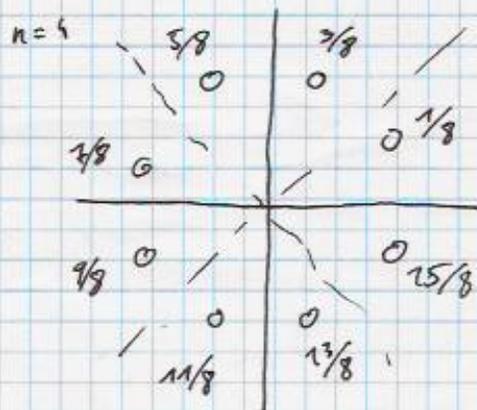
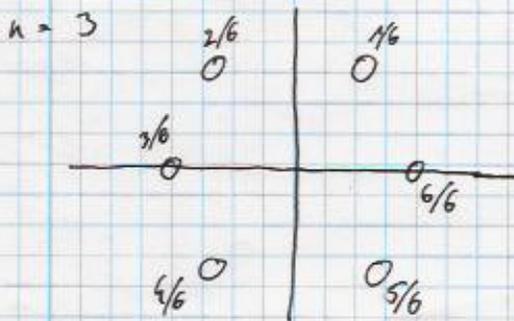
$$F(s) \cdot F(-s) = 1 + (-1)^n \cdot s^{2n} = 0$$

$$\Rightarrow (-1)^n \cdot s^{2n} = -1$$

$\Rightarrow$  Nullstellen liegen auf Einheitskreis

n ungerade:  $s_{0,k} = e^{jk\pi/n}$

n gerade:  $s_{0,k} = e^{j(2k-1) \cdot \pi / (2n)}$



Nullstellen von  $F(s)$  = Polstellen von  $H(s)$

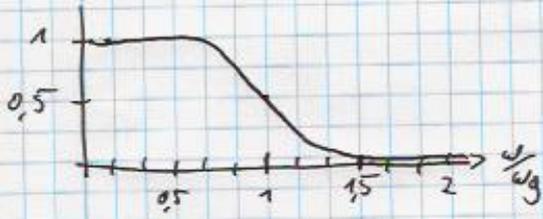
$\Rightarrow$  Damit  $H(s)$  stabil ist, müssen Polstellen links sein

$\rightarrow$  Gleichungen für Nullstellen auflösen

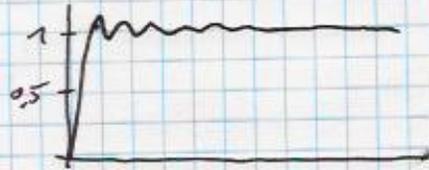
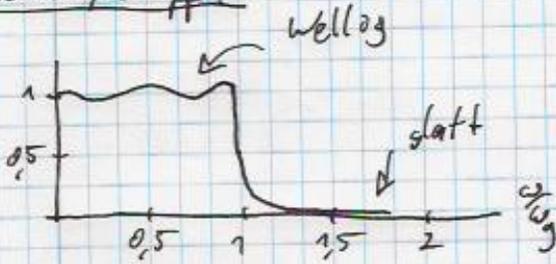
$\hookrightarrow$  Koeffizienten

6.3)

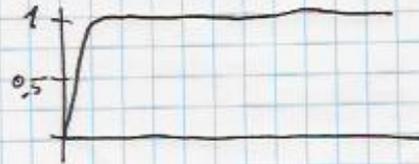
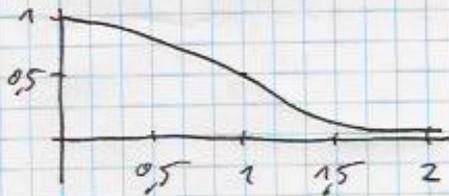
Potenz (Butterworth),



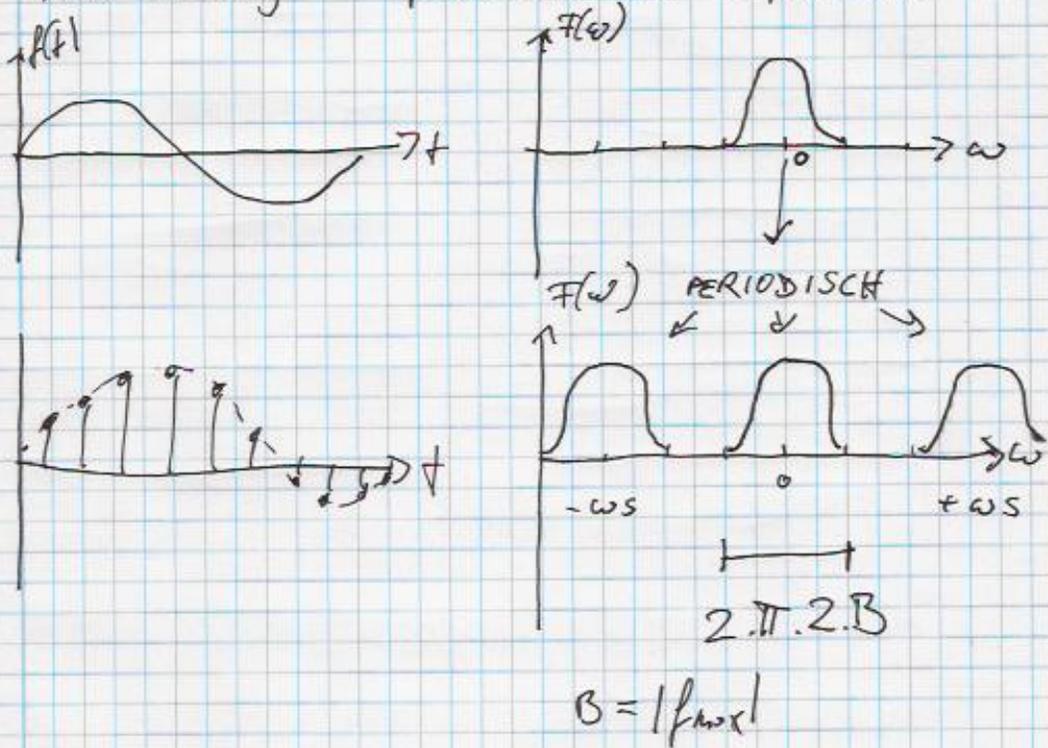
Tschebyscheff:



Bessel:



7.1) Abtastung  $\Rightarrow$  periodisches Spektrum



$$f(t) \Leftrightarrow F(\omega)$$

- ) Abtastung entspricht Multiplikation mit periodischen Dirac-Impulsen:  $S_{0,T_s}(t)$
- ) Spektrum von  $S_{0,T_s}(t)$  besteht unendlich vielen Sinus-Schwingungen: (Vielfache von  $\omega_s$ )  

$$S_{0,T_s}(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{-\infty}^{\infty} e^{j k \omega_s t}$$

·) Multiplikation in Zeitbereich  
 $\Leftrightarrow$  Faltung im Frequenzbereich

- )  $\Rightarrow$  periodische Fortsetzung von  $F(\omega)$  in Abstand von  $\omega_s$

7.2)

$$f_s > 2 \cdot f_{\max}$$

'cause Shannon said so.

Verletzung des Abtasttheorems führt zu Aliasing und Folding

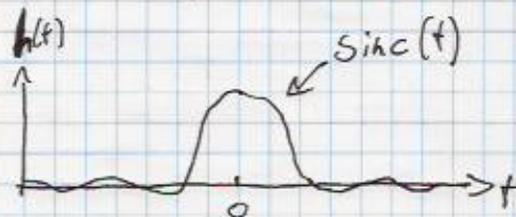
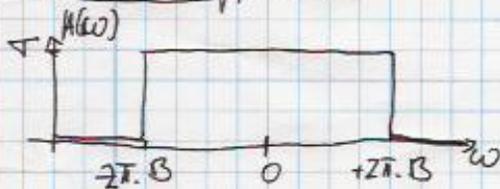
positive Frequenzen  
spiegeln ins  
Tiefpassfenster  $\pm \frac{\omega_s}{2}$

negative  $f$  spiegeln  
in positiven Teil des  
Tiefpassfensters, positive  
in den negativen Teil

7.3) Rekonstruktion im Zeitbereich mit  
gewichteten Rechteck- und Dreieckimpulsen  
nicht befriedigend.

Besser: Herausschneiden des ursprünglichen  
Signals mit Tiefpassfilter.

Idealer Tiefpass



$\Rightarrow$  Überlagerung gewichteter sinc-Pulse  
stellt Signal fehlerfrei wieder her.  $\uparrow$   $z.z.$

$$f(t) = \sum_k f(kT) \cdot h(t - kT) = \sum_k f(kT) \cdot \text{sinc}(2\pi B \cdot (t - kT))$$

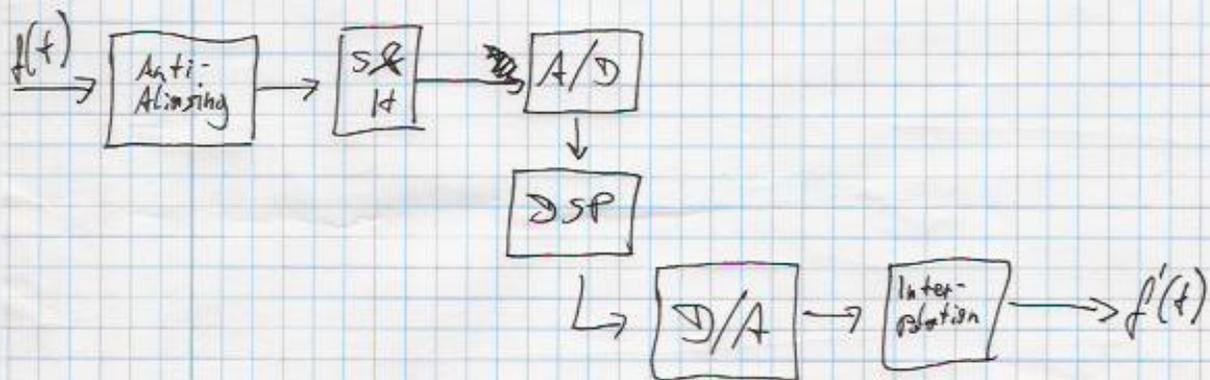
7.4) Ein Signal kann nicht gleichzeitig  
zeit- und bandbegrenzt sein!

Praktische Signale sind zeitbegrenzt

⇒ unendliche Bandbreite

⇒ Überlappung nach Sampling  
(weil periodisch mit  $w_s$  fortgesetzt)

Lösung: Anti-Aliasing-Filter vor dem  
Sampling  
(Tiefpass zum Bandbegrenzen)



7.5) Quantisierungsfehler:  $\pm 1 \text{ LSB}$

Digitalisiertes Signal weicht um maximal  $\pm 1 \text{ LSB}$   
von Original ab.

$$\text{LSB} = \frac{1}{2^n} \quad n \text{ --- Auflösung}$$

Höhere Auflösung  $\Rightarrow$  weniger Rauschen.

7.6) Kontinuierliches Spektrum wird abgetastet ~~verarbeitet~~, damit es leichter gespeichert/verarbeitet werden kann.

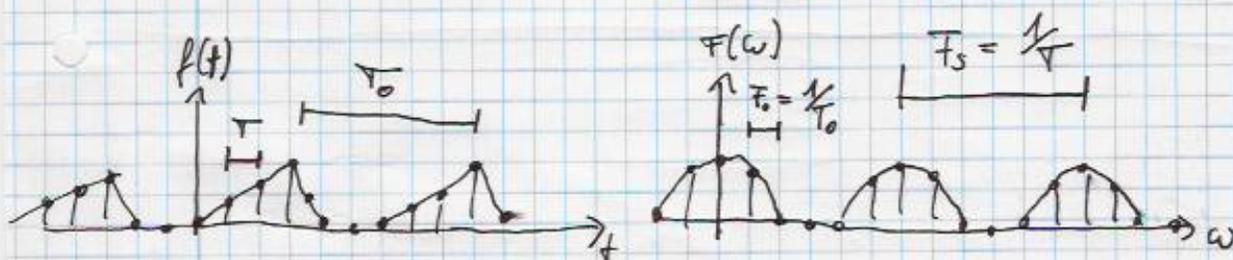
•) Abtasten im  $f$ -Bereich  
 $\rightarrow$  ~~ist~~ periodisch im Zeitbereich

•) Mit gewichteten sinc-Pulsen kann  $F(\omega)$  wieder aus  $F[k\omega_0]$  hergestellt werden

IDFT:  $f[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F[k] \cdot e^{jk\Omega_0 n}$

IDFT:  $F[k] = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] \cdot e^{-jk\Omega_0 n}$

$$\Omega_0 = \omega_0 T = \frac{2\pi}{N_0}$$



~~$N_0 = \frac{T_0}{T} = \frac{F_s}{F_0}$~~

$$N_0 = \frac{T_0}{T} = \frac{F_s}{F_0}$$

8.1)

$$y[n] = \sum_{k=0}^M b_k \cdot x[n-k]$$

bzw.:  $y[n] = \sum_{k=0}^M h[k] \cdot x[n-k]$

weil: Impulsantwort liefert Filterkoeffizienten.

---

8.2)

Gleichung 8.1 entspricht

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

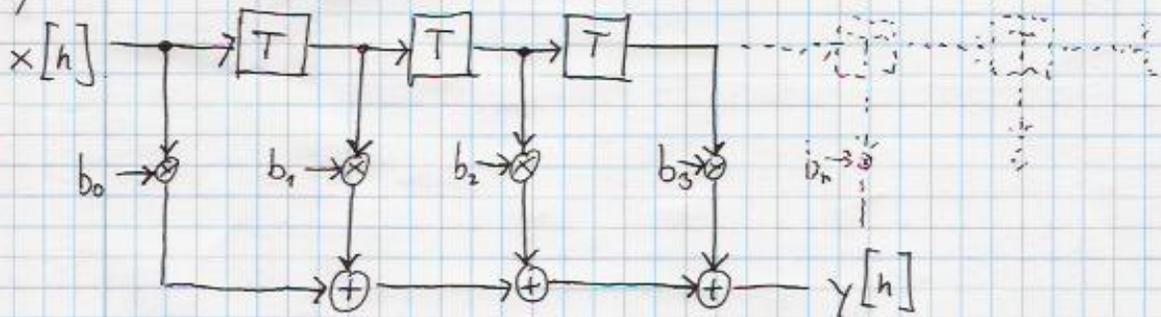
• Eingangssignal entspricht Summe zeitversetzter, gewichteter Impulse

• Ausgangssignal entspricht Summe zeitversetzter, gewichteter

Impuls-Antworten

---

8.3)



8.4)  $H(\hat{\omega}) = \sum_{k=0}^M b_k e^{-jk\hat{\omega}}$  Frequenzgang

$\Rightarrow$  Hängt nur von den Werten  $b_k$  ab.

9.1)

~~XXXXX~~

$$X(z) = \sum_{k=0}^M x[k] \cdot z^{-k}$$

Bsp:  $x[n] = [1, 2, 3, -1, 2, -3]$

$$X(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} - z^{-3} + 2z^{-4} - 3z^{-5}$$

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z)$$

---

9.2)

9.3)

- ) Einheitskreis in  $z$ -Bereich entspricht imaginärer Achse im  $\omega$ -Bereich
- )  $\Rightarrow$  Nullstellen im Frequenzgang liegen im  $z$ -Bereich auf dem Einheitskreis
- ) Polstellen müssen für stabile Systeme innerhalb des Einheitskreises liegen
- ) Bei FIR-Systemen liegen die Polstellen sogar im Ursprung, weil:

$$H_{\text{FIR}}(z) = \frac{b_n z^n + \dots + b_1 z + b_0}{z^n}$$

$\nearrow$   
n-fache Nullstelle bei 0