

Prof. Petra Mutzel  
Günther Raidl  
Gunnar Klau  
Gabriele Kodydek  
René Weiskircher

Wintersemester 2001/2002

**Klausur zur Vorlesung  
Algorithmen und Datenstrukturen 1  
12. Oktober 2001**

a.) Machen Sie bitte die folgenden Angaben in deutlicher Blockschrift:

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_ Studienkennzahl: \_\_\_\_\_

b.) Klausur soll gewertet werden für (nur ein Kreuz!):

- ☐ VO-Prüfung Algorithmen und Datenstrukturen 1 (*default*)  
☐ VO-Prüfung Rekursive Prozeduren und flexible Datenstrukturen

c.) Legen Sie während der Klausur Ihren Studentenausweis vor sich auf das Pult.

d.) Schreiben Sie die Lösungen direkt auf das jeweilige Aufgabenblatt. Wenn Ihnen das Papier ausgeht, bitten Sie die Aufsicht um Nachschub. Es ist nicht erlaubt, eigenes Papier zu verwenden!

e.) Denken Sie daran, dass keinerlei Hilfsmittel erlaubt sind – weder Taschenrechner, irgendwelche Unterlagen, Handys, ...

**VOR DER ABGABE AUSZUFÜLLEN:**

Geben Sie bitte die Anzahl der zusätzlich abgegebenen Blätter an: \_\_\_\_\_

**Resultat:**

Aufgabe	A 1	A 2	A 3	A 4	A 5		Note
maximale Punktzahl	15	12	8	10	15	60	_____
erreichte Punktzahl							

Viel Erfolg!

- a.) Kreuzen Sie **alle** richtigen Aussagen an. Beachten Sie, dass es auch mehrere richtige Antworten in einer Zeile geben kann. Nur wenn alle richtigen Antworten angekreuzt sind, gibt es die volle Punktzahl.

$f(n)$	$g(n)$	$f(n) = \Omega(g(n))$	$f(n) = \Theta(g(n))$	$f(n) = O(g(n))$
$10^{50}n \log n$	$0.00001n^2$			
$n^5 - 3n^4 + 4n^2 - 13$	$35\sqrt{n} + \frac{1}{2}n^5$			
$\sqrt{n}$	$\log n$			
$\frac{1}{n}$	$e^{-n}$			

**Bewertung:** Für jede Zeile gibt es eine feste Anzahl von Punkten. Diese Punkte erhalten Sie aber nur dann, wenn sie genau die richtigen Felder der Zeile angekreuzt haben.

- b.) Betrachten Sie die folgende Funktion:

$$f(n) = \begin{cases} 3n & \text{falls } n \text{ nur einen Primfaktor hat} \\ 5n^2 & \text{falls } n \text{ mehr als einen Primfaktor hat} \end{cases}$$

Gilt  $f(n) = \Omega(15n^{\frac{3}{2}})$ ? Begründen Sie Ihre Antwort.

## Aufgabe 2: B-Bäume

(12 Punkte)

- a.) Die Zahlen der Folge  $(5, 10, 20, 1, 7, 2)$  werden in der angegebenen Reihenfolge in einen anfangs leeren B-Baum der Ordnung 4 eingefügt. Zeichnen Sie den Baum nach jeder Einfügeoperation.
- b.) Nun werden die Zahlen 1 und 5 in dieser Reihenfolge aus dem Baum gelöscht. Zeichnen Sie den Baum nach jeder Löschoptionen.

**Aufgabe 3: Sortieren durch Fachverteilung****(8 Punkte)**

Wendet man “Sortieren durch Fachverteilung” auf Dezimalzahlen mit  $k$  Stellen an, so benötigt man 10 Fächer,  $k$  Verteilungsschritte und  $k$  Sammelschritte. Wenden Sie dieses Verfahren aus dem Skriptum auf die folgende Liste von Zahlen an, um sie aufsteigend zu sortieren:

1234, 7594, 8532, 9836, 9270, 8593, 8888, 4321

**Wichtig:** Geben Sie die Inhalte aller Fächer nach jeder Verteilungsphase an! Geben Sie nach jeder Sammelphase die aktuelle Liste der Zahlen an!

**Aufgabe 4: What am I?****(10 Punkte)**

Sei  $A$  ein Feld mit  $n$  Zahlen, wobei der erste Eintrag des Feldes  $A[1]$  ist und der letzte Eintrag  $A[n]$ .

**Eingabe:** Ein Feld  $A$  von  $n$  Zahlen, und zwei Werte  $i$  und  $j$ , wobei gilt  $1 \leq i \leq j \leq n$ .

**Ausgabe:** Eine Zahl

```
1: if  $j - i > 1$  then
2:    $m = \lfloor \frac{j-i}{2} \rfloor + i$  {Die Symbole  $\lfloor \rfloor$  runden eine Zahl ab}
3:    $v_1 = \text{whatAmI}(A, i, m)$ 
4:    $v_2 = \text{whatAmI}(A, m + 1, j)$ 
5:   if  $v_1 > v_2$  then
6:     Return  $v_1$ 
7:   else
8:     Return  $v_2$ 
9:   end if
10: else if  $i=j$  then
11:   Return  $A[i]$ 
12: else
13:    $v_1 = A[i]$ 
14:    $v_2 = A[j]$ 
15:   if  $v_1 > v_2$  then
16:     Return  $v_1$ 
17:   else
18:     Return  $v_2$ 
19:   end if
20: end if
```

- a.) Welche Zahl liefert der Algorithmus beim Aufruf  $\text{WhatAmI}(A, 1, n)$ , wenn  $A$  ein Feld mit  $n$  Zahlen ist?
- b.) Welche Laufzeit hat der Algorithmus in diesem Fall abhängig von  $n$  in  $\Theta$ -Notation? Begründen Sie Ihre Antwort.
- c.) Ist diese Laufzeit optimal für die Lösung des Problems, das  $\text{WhatAmI}$  löst? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 5: Median in einem Suchbaum bestimmen****(15 Punkte)**

Gegeben ist ein binärer Suchbaum, in dem kein Schlüssel zwei Mal vorkommt. Jeder Knoten  $v$  des Baumes enthält die folgenden Elemente:

- a.)  $v.key$ : Den Schlüssel des Baumes, eine ganze Zahl.
- b.)  $v.left$ : Den linken Sohn des Knotens (kann auch NIL sein).
- c.)  $v.right$ : Den rechten Sohn des Knotens (kann auch NIL sein).

Schreiben Sie einen Algorithmus in Pseudocode zur Berechnung des Schlüssels, welcher der Median aller im Baum gespeicherten Schlüssel ist. Damit Sie die volle Punktzahl bekommen, muss Ihr Algorithmus die optimale Laufzeit haben. Falls Sie dabei aus der Vorlesung bekannte Algorithmen verwenden, geben Sie auch den Code dieser Algorithmen an! Geben Sie die Laufzeit ihres Algorithmus in  $\Theta$ -Notation an.

**Wichtig:** Verwenden Sie **unbedingt** die folgende Definition des Median: Der Median  $m$  einer Menge  $L$  von  $n$  Werten ist wie folgt definiert:  $m$  ist der Wert in  $L$  mit der Eigenschaft, dass genau  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  Werte aus  $L$  kleiner sind als  $m$  (die Symbole  $\lfloor \cdot \rfloor$  runden eine Zahl ab).



