A 3.4

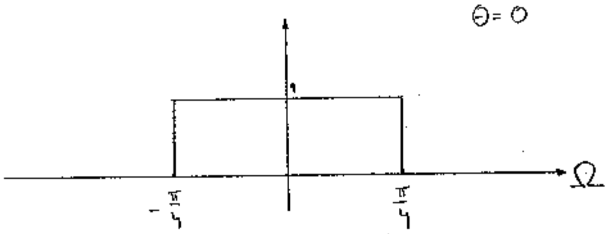
$$Y(e^{j\Theta}) = \int_{\Theta-\frac{\pi}{4}}^{\Theta+\frac{\pi}{4}} X(e^{j\Omega})\, d\Omega$$

(a)

Annahme: Faltung i. Frequenzbereich mit Fenster konstanten Scheitelwertes

$$Y(e^{j\Theta}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega=-\pi}^{\pi} X(e^{j\Omega})\, W(e^{j(\Theta-\Omega)})\, d\Omega$$

$\Theta = 0$



$$\Rightarrow W(e^{j\Theta}) = 2\pi\, \mathrm{rect}_{2\pi}\left(\frac{\Theta}{\frac{\pi}{2}}\right) \circ\!\!-\!\!\circ\; 2\pi \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{\pi \cdot n} = 2\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{n}$$

$$\frac{1}{2\pi}(X * W)\, e^{j\Theta} \;\bullet\!\!-\!\!\circ\; x[n]\cdot w[n]$$

$$y[n] = x[n] \cdot 2\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{n}$$

(b) (i) $x[n] = a\, x_1[n] + b\, x_2[n] \Rightarrow y[n] = a\, y_1[n] + b\, y_2[n]$

$$\left(a\, x_1[n] + b\, x_2[n]\right) \cdot 2\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{n} = a\, x_1[n]\cdot 2\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{n} + b\, x_2[n]\cdot 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{n} \Rightarrow \text{linear}$$

(ii) $x[n-N_0] \Rightarrow y[n-N_0]$

$$y[n-N_0] = x[n-N_0]\cdot 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{n}$$

$n - N_0 = m$, $n = m + N_0$

$$y[m] \neq x[m]\cdot 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}m + \frac{\pi}{4}N_0\right)}{m + N_0}$$

$m \mapsto n$

$$y[n] = x[n]\cdot 2\cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n + \frac{\pi}{4}N_0\right)}{n+N_0}$$

$\Rightarrow$ zeitvariant

A 3.4

(b) (iii) $y[n] = 0$ für $x[n] = 0$ bei $n < 0$ $\Rightarrow$ kausal

(iv) $|x[n]| \leq M < \infty \Rightarrow |y[n]| \leq N < \infty$

$$|y[n]| = |x[n]| \cdot 2 \cdot \left|\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{n}\right| \leq 2M \left|\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{n}\right|$$

$$\lim_{n \to 0} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{n} = \lim_{n \to 0} \frac{\frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{1} = \frac{\pi}{4}$$

$|y[n]| \leq \frac{\pi}{2} M < \infty$ $\Rightarrow$ BIBO-stabil

(v) reellwertiges System, weil reellwertige Koeffizienten

(c) Beschreibung nicht möglich, da integraler Zusammenhang zwischen $Y(e^{j\theta})$ und $X(e^{j\theta})$ und Umformung auf $H(e^{j\theta}) = \frac{Y(e^{j\theta})}{X(e^{j\theta})}$ nicht möglich; somit kein $h[n]$ bzw. Bedingung d. Zeitinvarianz für $h[n]$ nicht erfüllt