

Beispiel 1

Die Punkte $A(1, 0, 1)$, $B(2, 2, 2)$ und $C(-1, -1, 3)$ bilden ein Dreieck. Den Punkten entsprechen die Ortsvektoren

$$x_A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad x_C = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Es sollen ermittelt werden:

- die drei Seitenlängen
- die drei Winkel
- die Dreiecksfläche

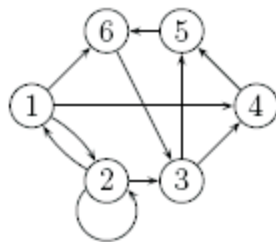
Zu dem bestehenden Dreieck wird ein vierter Punkt $D(0, 2, 4)$ hinzugefügt mit dem Ortsvektor

$$x_D = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Das Volumen des dadurch aufgespannten Tetraeders ist zu ermitteln.

Beispiel 2

Gegeben sei folgender Graph:



- Welche Knoten sind von 3 aus erreichbar?
- Bestimme die Länge des kürzesten Pfades von 3 nach 6!
- Bestimme einen Pfad der Länge 8 von 1 nach 6!

Beispiel 3

Ermittle alle Ergebnisse von $z^4 = -8 + 8 \cdot \sqrt{3} \cdot i!$

Beispiel 4

Man verifiziere die Aussage

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2} \quad n \geq n_0 = 1$$

mittels vollständiger Induktion und beschreibe dabei den Gang des Beweises und begründe die Stichhaltigkeit. Für welche Zahlenbereiche ist die vollständige Induktion anwendbar?

Beispiel 5

Gesucht sei die Anzahl aller Möglichkeiten der zweifachen Anordnung aller $\{x | x \in \mathbf{N}, 0 \leq x \leq 16\}$, d.h. $(1, 1), (1, 2), \dots$, sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung der Reihenfolge.

Desgleichen berechne man die Anzahl aller möglichen zweifachen Anordnungen von $\{x | x \in \mathbf{N}, 0 \leq x \leq 16\}$, jedoch ohne jenen Anordnungen, in denen das soeben ausgewählte Element noch einmal enthalten ist, d.h. ohne die Anordnungen $(1, 1), (2, 2), (3, 3), \dots$. Dabei berücksichtige man einmal die Wiederholung und einmal nicht. Schließlich überlege man sich, was hier mit dem Begriff der 'fixpunktfreien Permutation' gemeint sein könnte. (Hinweis: Man skizziere einen Teil des Ergebnisses im kartesischen Koordinatensystem!)