

Mathematische Grundlagen: Statistik usw.



Poliomyelitis (Polio), Spinale Kinderlähmung

- 1838 erstmals genannt von dem Chirurgen Jacob Heine (1800-1879)
- akute Viruserkrankung der grauen Rückenmarkssubstanz, seltener des Gehirns mit Gefahr des Atem/Kreislaufstillstandes
- übertragbar durch Tröpfchen- oder Kotinfektion
- Infektionsverlauf: 3 - 4 Tage Inkubationszeit, danach mehrere Phasen:
 - 90-95% der Polioinfektionen verlaufen unbemerkt, ohne Symptomatik
 - Bei ca. 5% der Infizierten: „Initialstadium“, grippale Symptome, die folgenlos abklingen
 - Seltener: „meningitisches Stadium“: Zeichen viraler Hirnhautentzündung
 - Bei ca. 0,1%: der Infizierten dann „Lähmungsstadium“ mit akut einsetzenden, meist vollständig ausheilenden Muskellähmungen.

Poliomyelitis (Polio), Spinale Kinderlähmung

Folgen:

- Irreparable Lähmungen oder Tod, vor allem bei Kindern im 2. bis 4. Lebensjahr
- Erscheinungsbild:
 - Erkältung, Fieber, Kopfschmerzen, Entzündung der Nasen-Rachen-Schleimhaut, trockener Husten, Gliederschmerzen
- Behandlung: nicht bekannt
physiotherapeutische Unterstützung, prophylaktische Schutzimpfung
- Bei nicht tödlichem Ende:
 - Künstliche Beatmung wegen Störungen des Atemsystems,
 - intensivmedizinische Maßnahmen,
 - orthopädische Hilfsmittel

Poliomyelitis (Polio), Spinale Kinderlähmung

- 1954: Nobelpreis für Medizin und Physiologie an John Franklin Enders, Frederick Chapman Robbins und Thomas H. Weller für die Kultivierung des Poliovirus in verschiedenen Geweben

Dadurch war man weitgehend unabhängig von Tierversuchen bei der Forschung nach einem wirkungsvollen Medikament gegen die Polio.

Unterstützung dieser Forschung mit Forschungsgeldern der *National Foundation for Infantile Paralysis*, (1938 von Präsident Franklin Delano Roosevelt gegründet)

Poliomyelitis (Polio), Spinale Kinderlähmung

Jonas Edward Salk (1914-1995)

1954: Abtötung von Polioviren und Herstellung eines so genannten *Totimpfstoffs*, der gegen Poliotypen I, II und III wirkte. Experimente mit dem Vakzine an sich selbst und an seiner Familie waren erfolgreich!

1955: Spätere Tests mit Salks Impfstoff von Thomas Francis – zu 90% erfolgreich



Poliomyelitis-Impfversuch, USA 1955, *Salk-Vakzin*-Versuch

Massenversuch der *National Foundation* in den USA

650 000 Kinder wurden in bestimmten für die Untersuchung vorgesehenen Gebieten zur Impfung gemeldet.

- 450 000 Kinder wurden mit Salks Impfstoff geimpft
- 200 000 Kinder erhielten eine Injektion mit unwirksamer Flüssigkeit (Scheinimpfung, Placebo)

V Versuchsergebnis: Hohe Wirksamkeit des Impfstoffs

- Polio-Vorkommen sanken bei der Gruppe der Geimpften auf ein Viertel
- Salk-Impfung wurde offiziell zugelassen
- Innerhalb von drei Jahren ließ sich die Hälfte aller US-Amerikaner unter 40 Jahren impfen
- Polio-Verbreitung ging um 86% zurück

Stochastik

- Wahrscheinlichkeitstheorie,
- Statistik und
- fachspezifische Anwendungen

Medizinische Statistik oder Biostatistik

- Behandelt statistische Probleme, die sich aus medizinischen Fragestellungen ergeben

• Im weiteren Sinne:

- Planung und Durchführung medizinisch-wissenschaftlicher Studien
- Datenanalyse mit statistischen Methoden

Statistik

- Methode, mit der
 - sich Daten gewinnen lassen,
 - sich Daten analysieren lassen,
 - man so zu neuem Wissen gelangt

Deskriptive Statistik

- Daten werden
- strukturiert,
 - zusammengefasst
 - übersichtlich dargestellt

Induktive Statistik

- ermöglicht den Schluss über den Beobachtungsbereich hinaus auf die darüber liegende Grundgesamtheit,

Heranziehung von

- Vertrauensbereichen
- Statistischen Tests

Deduktion (<i>deducere</i> = herabführen)	Induktion (hinführen)
<p>Deduktiver Schluss:</p> <ul style="list-style-type: none"> • „totale logische Implikation“ • Ableitung aus vorausgesetzten elementaren Sätzen oder Gesetzen zu spezielleren oder singulären Anwendungen • Die Schlussfolgerung ist in den Prämissen schon vollständig vorhanden. • Wahrheitswerte 0 und 1 • gilt in den exakten Naturwissenschaften 	<p>Induktiver Schluss:</p> <ul style="list-style-type: none"> • „partielle Implikation“ • Demonstration ausreichender Evidenz • Prämissen und Konklusionen decken sich nur teilweise • zielt nicht auf Sicherheit oder Wahrheit • zielt auf „abgeschwächte Wahrheit“, bedingte Wahrscheinlichkeit • Geltungswerte zwischen 0 und 1



Induktion

Francis Bacon (1561-1626):

- systematische Zusammenstellung aller erhältlichen Erfahrungstatsachen“.
- Eliminierung aller Hypothesen, bis nur noch eine übrig bleibt.

David Hume (1711- 1766):

- Induktive Schlüsse führen nicht zur Wahrheit, auch nicht zur Wahrscheinlichkeit, sie sind aber die besten verfügbaren Schlüsse. Dies gelte insbesondere bei größerer Zahl ähnlicher Fälle, z. B. in der Medizin.
- Es gibt kein logisches Induktionsprinzip! Das Induktionsprinzip steht auf einer psychologischen Basis.

Gerd Gigerenzer: *Das Einmaleins der Skepsis*. Über den richtigen Umgang mit Zahlen und Risiken. Berlin: Berlin Verlag 2002.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Sonne wieder aufgeht?

Klassische Lösung:
Hätten Adam und Eva die Sonne noch niemals aufgehen sehen, ...:

$P(\text{Sonne geht wieder auf}) = \frac{1}{2}$
 $P(\text{Sonne geht nicht wieder auf}) = \frac{1}{2}$.

Einmal haben Adam und Eva aber die Sonne schon aufgehen sehen, daher:

$P(\text{Sonne geht wieder auf}) = \frac{2}{3}$
 $P(\text{Sonne geht nicht wieder auf}) = \frac{1}{3}$.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Sonne wieder aufgeht?


1812, Pierre Simon de Laplace (1749-1827)

Sukzessionsregel:

$P(\text{Sonne geht wieder auf}) = \frac{n+1}{n+2}$

wenn man die Sonne bereits n -mal hat aufgehen sehen.

Eine 27-Jährige hat in ihrem Leben ungefähr 10 000 Sonnenaufgänge erlebt. Für sie beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass die Sonne auch am nächsten Tag aufgeht $\frac{10\,001}{10\,002}$.



Historisches zur Statistik

Antike

Volkszählungen (4. Buch Mose), Ägypten, Griechenland ... 18. Jh. N. Chr.

Statistik fast ausschließlich zum Zweck der Bevölkerungspolitik (Statistik, Staat: lat. *status*: Zustand, Beschaffenheit).

17. – 19. Jahrhundert

Wissenschaft zur Staatsbeschreibung (Bevölkerung, Herr, Gewerbe)

Deskriptive (beschreibende) Statistik: Übersichtliche Darstellung von Zuständen und Vorgängen.

Wahrscheinlichkeitslehre: Galilei, Cardano, Pascal, Huygens, Laplace: Glücksspielrechnung; Bernoulli: Rechtsprechung, Gauß: Fehlerrechnung.

Historisches zur Statistik in der Medizin

John Graunt (1620-1674):

Natural and Political Observations upon the Bills of Mortality

- Versuch, aus den Daten der Londoner Geburts- und Sterberegister Gesetzmäßigkeiten über die Bevölkerungsentwicklung herzuleiten.

John Arbuthnot (1667-1735):

- Widerlegung der These, dass Mädchen- und Jungengeburten gleich häufig seien durch Auswertung der Daten aus Kirchenbüchern

Edward Jenner (1749-1823):

- Verifizierung der prophylaktischen Wirkung der Kuhpockenimpfung

Historisches zur Statistik in der Medizin

Pierre Charles Alexandre Louis (1787-1872):

- Überprüfung der Wirkung des Aderlasses.
- Nachweis, dass diese (seit Jahrhunderten durchgeführte) Methode nutzlos und sogar schädlich war, mit statistischen Mitteln.

Edwin Chadwick (1800-1890):

- Beschreibung der Gesundheit der arbeitenden Klassen in England.
- Trieb die Hygienebewegung voran. Die Daten gründeten auf Berichten über Todesursachen in England von William Farr (1807-1883)

John Snow (1813-1858):

- Entdeckung des Zusammenhangs zwischen Trinkwasseraufnahme und Cholera-Risiko in England. Eine der ersten und spektakulärsten Leistungen auf dem Gebiet der Epidemiologie.

Deduktion und Induktion in der medizinischen Anwendung

Deduktiver Schluss:

- im positiven Falle sicher und qualitativ
- Zugewinn an Information: gering.

Induktiver Schluss:

- führt über die Prämissen hinaus, daher mit Unsicherheiten belastet
- in den Unsicherheiten quantifizierbar
- Zugewinn an Informationen: häufig.

In der Medizin

- Erhebung und Zusammenfassung von Symptomen, Befunden und Daten zu einer Diagnose mehr induktiv.
- Bestätigung oder Verwerfung einer Diagnose mehr deduktiv.

Diagnostik

- Kenntnisse über Symptom(e) - Erkrankung(en) - Relation(en)
- Prävalenzen

- Patientenerkrankung A
- Patientenerkrankung B
- Patientenerkrankung C
-
-
-
- Patientenerkrankung N

Aufgrund von vorgegebenem Wissen (Kenntnisse über Symptome bei bestimmten Krankheiten und über Grundwahrscheinlichkeiten bestimmter Erkrankungen in einer vorgegebenen Population (Prävalenz)) wird auf die Erkrankung des einzelnen Patienten geschlossen.

Prognostik

Erforderlich:

- Kenntnis über gesetzmäßige Verläufe
- Kenntnis über Randbedingungen

In der Medizin:

- Kenntnis des natürlichen Verlaufs (natural history)
- Kenntnis des Verlaufs anhand der gewählten Therapie
- Kenntnisse der Besonderheiten des einzelnen Kranken (Alter, Konstitution, besondere Ausprägung, Wechselwirkungen mit anderen Krankheiten, Arzneimittelverträglichkeit, Reaktion auf die eigene Krankheit).

Therapie

Gesetzmäßigkeiten (nach dem derzeitigen Kenntnisstand):

- anerkannte Therapie, z.B. in Übereinstimmung mit der mehrheitlichen Literatur über wissenschaftliche, multizentrische randomisierte Studien usw.

Randbedingungen:

- Besonderheiten des jeweiligen Kranken, an den die Behandlung angepasst werden muss.
- Ohne Einzeldiagnose mit hoher Wahrscheinlichkeit: Optimierungsverfahren.

Phasen einer medizinischen Studie

Erkundungsphase

Literaturstudium, Diskussion(en) mit Fachkollegen, ...

Theoretische Phase

Formulierung einer Hypothese, Einbettung in eine Theorie ...

Analytisch-statistische Phase

Planung, Datenerhebung, Auswertung ...

Entscheidungsphase

Entscheidung für oder gegen die Hypothese ...

Epidemiologische Grundbegriffe

Inzidenz	Zahl der neu Erkrankten innerhalb der erfassten Population in einem festen Zeitraum (meist innerhalb eines Jahres).
Prävalenz	Zahl der jeweils Kranken an einem Stichtag, alle erfassten Kranken einer Population in einem festen Zeitraum (meist innerhalb eines Jahres; lat.: <i>praevalere</i> = vorherrschen).
Morbidität	Zahl der erkrankten Angehörigen einer Gesamtpopulation (meist auf 100 000 Einwohner bezogen).
Mortalität	Zahl der im Erfassungsbereich innerhalb eines Jahres Verstorbenen (meist auf 100 000 Einwohner bezogen).
Letalität	Zahl der Verstorbenen innerhalb einer definierten Gruppe von Kranken oder Eingriffen (krankheitsspezifische Mortalität).
Standardisierte Mortalitätszahl	Zahl der Erkrankten oder meist der Verstorbenen innerhalb eines Jahres korrigiert auf den Anteil der betroffenen Jahrgänge innerhalb der Gesamtpopulation.

Epidemiologische Grundbegriffe

Sensitivität

bezeichnet (etwa bei einer technischen Untersuchung) den Anteil der tatsächlich Test-Positiven unter allen Kranken.

Spezifität

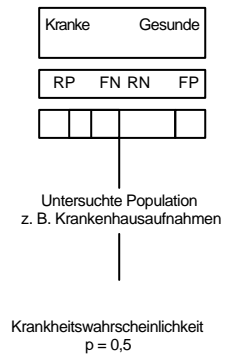
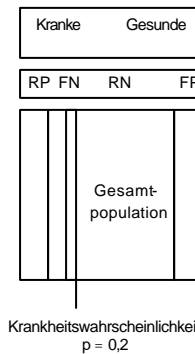
bezeichnet den Anteil der richtig Test-Negativen unter allen tatsächlich Gesunden.

Diagnosen

Anzahl der Getesteten

Testergebnis	Kranke	Gesunde	Diagnostischer Voraussagewert (predictive value)
Positiver Test	richtig-positiv RP	falsch-positiv FP	$\frac{RP \cdot 100}{RP + FP}$
Negativer Test	falsch-negativ FN	richtig-negativ RN	$\frac{RN \cdot 100}{RN + FN}$
	$\frac{RP \cdot 100}{RP + FN}$ Sensitivität	$\frac{RN \cdot 100}{RN + FP}$ Spezifität	

Diagnosen

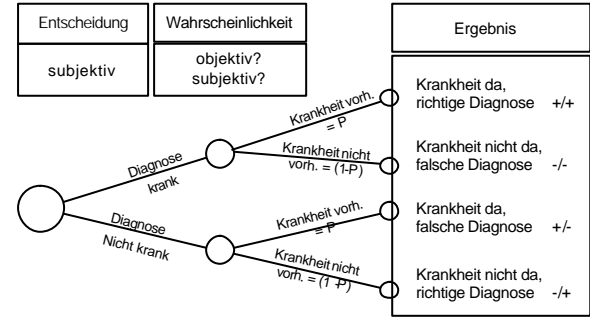


Diagnosen

	Krankheit tatsächlich nicht vorhanden	Krankheit tatsächlich vorhanden	
Krankheit angenommen	Diagnose falsch positiv	Diagnose richtig positiv Krankheit tatsächlich vorhanden*	D +
Krankheit nicht angenommen	Diagnose richtig negativ K -	Diagnose falsch negativ K +	D -

Diagnosen

Modell eines Entscheidungsbaumes mit vier Möglichkeiten

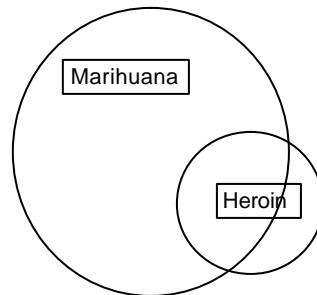


Ein bayerischer Innenminister zu den Gefahren des Drogenmissbrauchs

„Weil die meisten
Heroinabhängigen
Marihuana geraucht
haben,

werden die meisten
Marihuanaraucher
Heroinabhängige!“

Marihuana muss daher
verboten bleiben!



Die Auseinandersetzung zur Entstehung des Kindbettfiebers

Ignaz Philipp Semmelweis (1818-1865)

- Vorkämpfer für die Antisepsis, "Retter der Mütter,,
- entdeckte die Ursache des Kindbettfiebers – eine von hohem Fieber begleitete eitrige Berührungsinfektion, die vorwiegend im Bereich der Geburtswunde auftritt,
- endete tragisch: erkrankte an einer endogenen Psychose und starb 47-jährig in der Landesirrenanstalt Döbling an einer Wundinfektion,
- hat die allgemeine Bestätigung seiner Erkenntnis nicht erlebt.



Die Auseinandersetzung zur Entstehung des Kindbettfiebers

Ignaz Philipp Semmelweis (1818-1865)

- Medizinstudium in Pest (heute: Budapest) und Wien und dort im Jahre 1844 auch promoviert.
- 1846 Assistent der Geburtshilflichen Klinik des Allgemeinen Krankenhauses in Wien
- 1849 Entlassung, Rückkehr nach Pest.
- 1855 Professor in Pest
- 1865 Reise nach Wien, Nervenheilanstalt, Tod



Vergleich, Wiener AKH, Wiener Gebärhaus 1841 - 1846

Jahr	Abteilung für Ärzte			Abteilung für Hebammen		
	Geburten	Todesfälle	Prozent	Geburten	Todesfälle	Prozent
1841	3036	237	7,81	2442	86	3,52
1842	3287	518	15,76	2659	202	7,60
1843	3060	274	8,95	2739	164	5,99
1844	3157	260	8,24	2956	68	2,30
1845	3492	241	6,90	3241	66	2,04
1846	3352	459	13,69	3754	105	2,80
Summe	19384	1989	10,26	17791	691	3,88

Wiener AKH, Wiener Gebärhaus 1846

1846	Abteilung für Ärzte		
	Geburten	Todesfälle	Prozent
Januar	336	45	13,39
Februar	293	55	18,09
März	311	48	15,43
April	253	48	18,97
Mai	305	41	13,44
Juni	266	27	10,15
Juli	252	33	13,10
August	216	39	18,06
September	271	39	14,39
Oktober	254	38	14,96
November	297	32	10,77
Dezember	298	16	5,37
Summe	3352	459	13,69

Wiener AKH, Wiener Gebärhaus Jan. 1847 – Mai 1847

1847	Abteilung für Ärzte		
	Geburten	Todesfälle	Prozent
Januar	311	10	3,22
Februar	312	6	1,92
März	305	11	3,61
April	312	57	18,27
Mai	294	36	12,24
Summe	3352	120	7,82

Wiener AKH, Wiener Gebärhaus Juni 1847 – Dez. 1847

1847	Abteilung für Ärzte		
	Geburten	Todesfälle	Prozent
Juni	268	6	2,24
Juli	250	3	1,20
August	264	5	1,89
September	262	12	4,58
Oktober	278	11	3,96
November	246	11	4,47
Dezember	273	8	2,93
Summe	1841	56	3,04

Wiener AKH, Wiener Gebärhaus 1848

1848	Abteilung für Ärzte		
	Geburten	Todesfälle	Prozent
Januar	283	10	3,53
Februar	291	2	0,69
März	276	0	0,00
April	305	2	0,66
Mai	313	3	0,96
Juni	264	3	1,14
Juli	269	1	0,37
August	261	0	0,00
September	312	3	0,96
Oktober	299	7	2,34
November	310	9	2,90
Dezember	373	5	1,34
Summe	3556	45	1,27

Die Auseinandersetzung zur Entstehung des Kindbettfiebers

Ignaz Philipp Semmelweis (1818-1865)

- seit 1846 Assistent in der Geburtsklinik des Wiener Allgemeinen Krankenhauses

Man nannte das Kindbettfieber "Frauentod aus Männerhand", da es fast durchweg bei der Untersuchung durch die Hand des Arztes entstand.

Semmelweis führte die Händedesinfektion ein und reduzierte damit die Zahl der Erkrankungen drastisch.

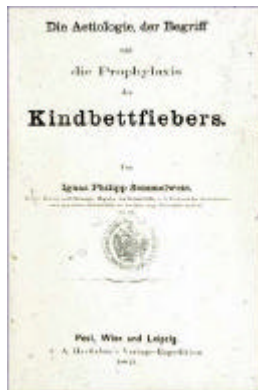
Feindschaft seiner Fachkollegen. Ignoranz und vor allem Ablehnung.



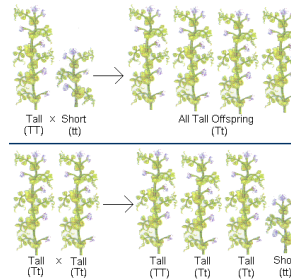
Die Auseinandersetzung zur Entstehung des Kindbettfiebers



"Frauentod aus Männerhand"



Johann (Gregor) Mendel (1822-1884)



Mendels Gesetze über die Vererbung

Versuche über Pflanzen-Hybriden.

Gregor Mendel

Präsident der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien

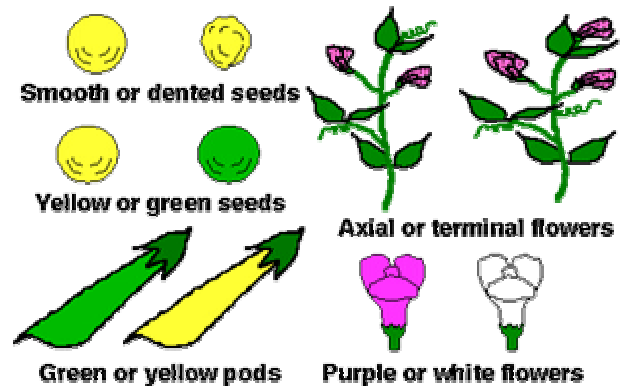
Einleitung

Künstliche Befruchtungen, welche an Kreuzungen deutlich hervortreten, werden, um eine Reihe von Versuchen zu machen, muss die Vermischung an den Versuchen, die bei Kreuzungen vorkommen, sein. Die künstliche Befruchtung, die sich bei diesen künstlichen Befruchtungen immer wiederholen, so oft die Befruchtung zwischen gleichen Arten geschieht, gibt die Lösung an, welche Experimente, deren Aufgabe es war, die Befruchtung in Hybriden in zwei Richtungen zu verfolgen.

Diese Aufgabe haben verschiedene Botaniker, wie Kalm, Linné, Hübner, Hübner, Linné, Willdow u. a. in einem Teil ihres Lebens mit unermüdlicher Ausdauer verfolgt. Besonders hat Linné in seinen Werken „de Generibus in Plantarum“ sehr wichtige Beobachtungen niedergelegt, und in neuerer Zeit wurden von Michx. die künstliche Befruchtungen über die Hybriden der Weizen veröffentlicht. Wenn es sich nicht gelingen sollte, ein solches gelungenes Beispiel für die Bildung und Entwicklung der Hybriden zu erhalten, so kann die Natur der Weizen, der das Lösung der Aufgabe ist, und die Befruchtung in Hybriden sein, sich durch diese Art zu klären lassen. Eine wichtige Befruchtung kann nur dann erfolgen, die Hybriden vorzuziehen, die sich durch diese Art zu klären lassen.



Mendels Gesetze über die Vererbung

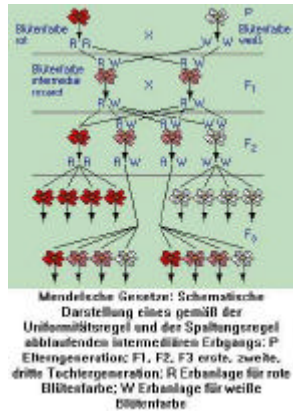


Mendels Gesetze über die Vererbung

1. Mendelsche Vererbungsregel (Uniformitätsgesetz)

Durch Kreuzung von zwei Individuen, die sich in einem reinerbigen Merkmal unterscheiden (Parentalgeneration), entstehen Nachkommen (F1-Generation), die alle gleich aussehen.

Das bei den F1-Nachkommen erkennbare Merkmal heißt „dominant“, das nicht erkennbare heißt „rezessiv“.

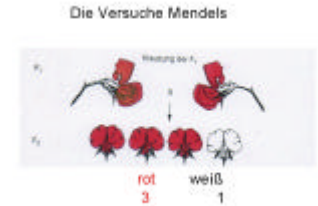


Mendels Gesetze über die Vererbung

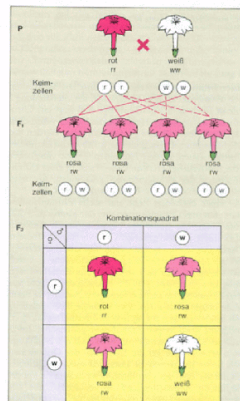
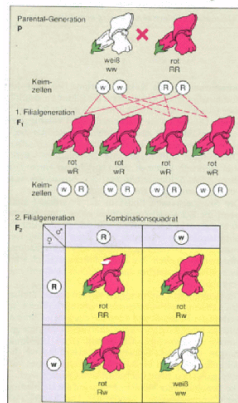
2. Mendelsche Vererbungsregel (Spaltungsgesetz)

Kreuzt man die mischerbigen (heterozygoten) F1-Nachkommen untereinander, so spalten sich in der F2 Generation die Merkmale nach bestimmten Zahlenverhältnissen wieder auf.

Die Aufspaltung 3:1 zeigt sich, wenn das Gen für eine Eigenschaft dominant ist. Dann wird bei $\frac{3}{4}$ der F2-Nachkommen das dominante Merkmal und bei $\frac{1}{4}$ der F2-Nachkommen das rezessive Merkmal sichtbar. Dies gilt nur für den Phänotyp. Die beiden verantwortlichen Gene (Genotyp) spalten im Verhältnis 1:2:1 auf.



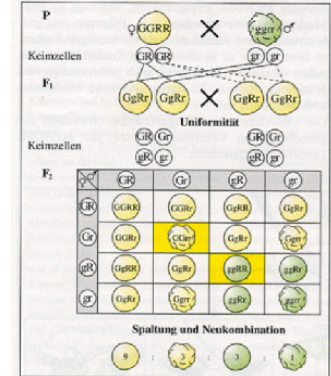
Mendels Gesetze über die Vererbung



Mendels Gesetze über die Vererbung

3. Mendelsche Vererbungsregel (Unabhängigkeitsgesetz)

Kreuzt man Individuen die sich in zwei Merkmalen reinerbig unterscheiden, so werden die Merkmale unabhängig voneinander vererbt. In der F2-Generation können reinerbige Neukombinationen auftreten.



Wie kam Mendel zu den Vererbungsregeln?



Was geschah wirklich hinter diesen Klostermauern?

Frederico Di Trocchio: Der große Schwindel. Betrug und Fälschung in der Wissenschaft. (1993) Dt.: Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch 1999, S. 130-141.



Mendels Behauptungen

(Frederico di Trocchio 1992)

„Für die Experimente habe ich Pflanzen verwendet, die sich nur in einem Merkmal unterschieden.“

D.h.: Die gekreuzten Pflanzen waren Zwillinge, die sich nur in einer Eigenschaft unterschieden, z. B. *glatte* und *runzelige* Erbsen.

- Mendel führte Experimente mit sieben Merkmalen durch, er müsste also sieben Zwillingspärchen dieser Art gehabt haben.
- Das sind sehr unglaubliche Angaben!
- Sind diese Experimente erfunden?

Mendels Behauptungen

(Frederico Di Trocchio 1992)

Coros & Monaghan, *Journal of Heredity* 1984: Nur zwei der von Mendel untersuchten Gene sind wirklich unabhängig voneinander!

Das Gen, das die Farbe der Erbsen bestimmt ist auf dem 5. Chromosom, Das Gen, das die Form der Erbsen bestimmt, ist auf dem 7. Chromosom. Von den anderen Genen fand man drei auf dem 4. Und zwei auf dem 1. Chromosom.

Es stimmte also nicht, dass Mendel sieben Gene auf sieben verschiedenen Chromosomen ausgewählt hatte, auch wenn das prinzipiell möglich gewesen wäre. (Chance: 0,6 : 100)

Mendels Behauptungen

(Frederico Di Trocchio 1992)

Wenn die von Mendel untersuchten Merkmale (Gene) aber nicht unabhängig voneinander waren ...?

Wie hat Mendel dann sein 3. Gesetz experimentell beweisen können?

Gar nicht ! Mendel bewies seine Behauptungen auf dem Papier.

Er führte Kreuzungsversuche mit Erbsen durch.

Er war dabei sehr viel gewissenhafter und ausdauernder als seine ebenfalls mit Kreuzungsversuchen beschäftigten Zeitgenossen.

Er plante seine Untersuchungen mit den Prinzipien der

Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Mendels Behauptungen

(Frederico Di Trocchio 1992)

1. Versuch.

Gestalt der Samen.

Pflanze	rund	kantig
1	45	12
2	27	8
3	24	7
4	19	10
5	32	11
6	26	6
7	88	24
8	22	10
9	28	6
10	25	7

2. Versuch

Färbung des Albumens

gelb	grün
25	11
32	7
14	5
70	27
24	13
20	6
32	13
44	9
50	14
44	18

Verhältnis

$45 : 12 = 3,75 : 1$

Verhältnis

$32 : 11 = 2,909 : 1$