

1 Aufgabe UE-3

Verifizieren Sie die Lösung von Aufgabe T-1 für die beiden normalverteilten Zufallsvariablen X_1, X_2 mit $\mu_1 = -7, \sigma_1^2 = 30$ und $\mu_2 = 4, \sigma_2^2 = 13$, indem Sie die Fläche unter den jeweiligen Verteilungsfunktionen bis bzw. ab x^* berechnen (Funktion *normcdf*).

Bestimmen Sie x^* außerdem näherungsweise grafisch durch Plotten der cdfs.

Ändert sich die Lösung x^* , wenn man in Aufgabe T-1 p_1 und p_2 vertauscht, d.h. wenn $P(X_2 \leq x^*) = 1 - P(X_1 \leq x^*)$ gelten soll (Begründung)?

2 Aufgabe UE-4

Fassen Sie die Normalverteilungen in Aufgabe UE-3 als *class conditional pdfs* $p(x|\omega_i)$ der Klassen ω_1 und ω_2 mit *priors* $P(\omega_1) = 0.3$ und $P(\omega_2) = 0.7$ auf.

- Schreiben Sie Funktionen zur Berechnung der $p(x|\omega_i)$, der Randverteilung $p(x)$ (evidence) des Merkmals sowie der *posteriors*.
- Klassifizieren Sie anhand der folgenden Merkmalsausprägungen unter Verwendung der *Bayes decision rule*: $-15, -10, -5, 0, 5, 10$
- Ermitteln Sie grafisch (durch Plotten der *posteriors*) die Entscheidungsgrenze.

3 Aufgabe UE-5

Gegeben seien zwei Klassen ω_1, ω_2 mit normalverteilten Merkmalen $X_1 \sim N(4, 1)$, $X_2 \sim N(6, 1)$. Berechnen Sie jeweils für $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 0.5$ sowie für $P(\omega_1) = 0.9, P(\omega_2) = 0.1$

- die Fehlerrate (*error rate*) für die Entscheidungsgrenze $x^* = 4$
- die *Bayes error rate* (und Entscheidungsgrenze).
- Plotten Sie außerdem den *conditional error*.

Hinweis: ermitteln Sie die Entscheidungsgrenzen bzw. Entscheidungsregionen wiederum grafisch. Sie benötigen außerdem die MATLAB-Funktion *normcdf*.

4 Aufgabe UE-6

Gegeben seien zwei Klassen ω_1, ω_2 mit normalverteilten Merkmalen $X_1 \sim N(4, 1)$, $X_2 \sim N(6, 1)$, sowie für folgende *loss*-Funktion:

$$\lambda_{12} = 5, \lambda_{21} = 1, \lambda_{11} = \lambda_{22} = 0.$$

Berechnen Sie jeweils für $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 0.5$ sowie $P(\omega_1) = 0.9, P(\omega_2) = 0.1$

- das *overall risk* für die Entscheidungsgrenze $x^* = 4$
- das *minimum overall risk* (und Entscheidungsgrenze).
- Plotten Sie außerdem das *conditional risk*.
- Wie ändern sich die Ergebnisse für *0/1-loss* (Begründung!).

Hinweis: ermitteln Sie die Entscheidungsgrenzen bzw. Entscheidungsregionen wiederum grafisch. Sie benötigen außerdem die MATLAB-Funktion *normcdf*.