ETI 2 – 1. TEIL – 14.7.2006

VORNAME NAME
KENNZAHL

---

① WIDERLEGEN SIE MIT RESOLUTION

$\{\neg P(0)\}\ \{\neg Q(0)\}\ \{\neg P(f(x)), P(x), Q(x)\}\ \{\neg Q(f(x)), P(x), Q(x)\}$
$\{\neg P(g(x)), P(x), Q(x)\}\ \{\neg Q(g(x)), P(x), Q(x)\}\ \{P(f(g(x)))\}$

(x VARIABLE, 0 KONSTANTE) (40)

② WIDERLEGEN SIE ODER GEBEN SIE EIN MODELL AN

$$\forall x \exists y (\neg P(x) \wedge P(y)) \vee (\exists x P(x) \rightarrow \forall x P(x))$$

(30)

③ BEWEISEN SIE MIT HILFE DES RESOLUTIONSVERFAHRENS

$$(\exists x)(\forall y)(\forall u)(\exists v)(P(x,y) \vee Q(u,v)) \longrightarrow (\exists x)(\exists y)(\forall u)(\exists v)(P(x,y) \vee Q(u,v))$$

(30)

100

ET I2 – 2. TEIL – 14. 7. 2006

VORNAME NAME .
KENNZAHL MATR. NR

① BERECHNEN SIE DEN ALLGEMEINSTEN UNIFIKATOR ODER ZEIGEN SIE, DASS KEINE UNIFIKATION MÖGLICH IST.

$$f(x, y, g(y), z, g(z), u, g(u)) \quad f(x, g(v), w, g(w), a, g(a), a)$$

(a, u, v, w, x, y, z VARIABLE) (20)

② LEITEN SIE IM SEQUENTIALKALKÜL HER

$$\Rightarrow (\exists x)(\neg P(x) \to Q(x)) \to ((\exists x) P(x) \vee (\forall x) Q(x))$$

(40)

③ SEI f EINE BERECHENBARE UND g EINE NICHT BERECHENBARE FUNKTION
SEI $h(x) = f(g(x) \cdot g(x)) \cdot f(g(x) \cdot g(x))$

BEWEISEN ODER WIDERLEGEN SIE: h IST IMMER BERECHENBAR.

$$f(y) = g(x) \cdot g(x)$$
$$h(x) = f(y) \cdot f(y)$$
$$= g(x) \cdot g(x) \cdot g(x) \cdot g(x)$$

(40)

100

(1)

1 – 7 : Angabe

8: $\{\neg P(f(0), Q(0))\}$ (1,3)

9: $\{\neg Q(f(0), P(0)\}$ (2,4)

10: $\{\neg Q(f(0))\}$ (1,9)

11: $\{\neg P(f(0))\}$ (2,8)

12: $\{\neg P(g(0)), Q(0)\}$ (1,5)

13: $\{\neg Q(g(0)), P(0)\}$ (2,6)

14: $\{\neg P(g(0))\}$ (2,12)

15: $\{\neg P(f(g(0))), Q(g(0))\}$ (3,14)

16: $\{\neg P(f(g(0))\}$ (15,2)

17: $\{\}$ (16,7)

(1)

$f(x, y, g(y), z, g(z), v, g(u))$

$f(x, g(v), w, g(w), a, g(a), a)$

$y \mapsto g(v)$

$f(x, g(v), \cancel{y}, g(g(v)), z, g(z), v, g(u))$

$f(x, g(v), w, g(w), a, g(a), a)$

$w \mapsto g(g(v))$

$f(x, g(v), g(g(v)), z, g(z), v, g(u))$

$f(x, g(v), g(g(v)), g(g(g(v))), a, g(a), a)$

$z \mapsto g(g(g(v)))$

$f(x, g(v), g(g(v)), g(g(g(v))), g(g(g(g(v)))), v, g(u))$

$f(x, g(v), g(g(v)), g(g(g(v))), a, g(a), a)$

$a \mapsto g(g(g(g(v))))$

$f(x, g(v), g(g(v)), g(g(g(v))), g(g(g(g(v)))), v, g(u))$

$f(x, g(v), g(g(v)), g(g(g(v))), g(g(g(g(v)))),$
$g(g(g(g(g(v))))), g(g(g(g(v))))$

$v \mapsto g(g(g(g(g(v)))))$

②

$$A = \forall x \exists y\ (\neg P(x) \wedge P(y)) \vee \exists x P(x) \to \forall x P(x))$$

$$A = \forall x \exists y\ (\neg P(x) \wedge P(y)) \vee (\overbrace{\neg \exists x P(x)}^{\forall x \neg P(x)} \vee \forall x P(x))$$

$$A^* = ((\neg P(a) \wedge \neg P(b)) \wedge (P(a) \vee P(b))) \vee$$
$$((\neg P(a) \wedge \neg P(b)) \vee (P(a) \wedge P(b))$$

$P(a)$	$P(b)$			A^*
0	0	$(1 \wedge 0) \vee$	$(1 \vee 0)$	1
0	1	$(0 \wedge 1) \vee$	$(0 \vee 0)$	0
1	0	$(0 \wedge 1) \vee$	$(0 \vee 0)$	0
1	1	$(0 \wedge 1) \vee$	$(0 \vee 1)$	1

Ein Modell für A wäre $\langle \{a, b\}, P \rangle$, $P = \emptyset$.

Ein Modell für $\neg A$ wäre $\langle \{a, b\}, P \rangle$, $P = \{\langle b \rangle\}$.

Fortsetzung 1

$$f(x, g(v), g(g(v)), g(g(g(v))), g(g(g(g(v)))),$$
$$g(g(g(g(g(v))))), g(g(g(g(g(g(v)))))))$$

$$f(x, g(v), g(g(v)), g(g(g(v))), g(g(g(g(v)))),$$
$$g(g(g(g(g(v))))), g(g(g(g(v))))$$

$\underline{v \mapsto g(g(v))}$ NICHT ERLAUBT

Keine Unifikation möglich

③

$$\exists x \forall y \forall u \exists v \; (P(x,y) \vee Q(u,v))$$
$$\Rightarrow \exists x \exists y \forall u \exists v \; (P(x,y) \vee Q(u,v))$$

$A \to B = \neg A \vee B$

$$\neg \exists x \forall y \forall u \exists v \; (P(x,y) \vee Q(u,v))$$
$$\vee \exists x \exists y \forall u \exists v \; (P(x,y) \vee Q(u,v))$$
$$\cancel{\forall x \exists y \exists u \forall v (\neg P(x,y) \wedge \neg Q(u,v))}$$
$$\cancel{\vee \exists x \exists y \forall u \exists v \; (P(x,y) \vee Q(u,v))}$$

~~Existenzquantor nach innen verschieben:~~

$$\cancel{\forall x \forall v \; (\neg P(x, f(x)) \wedge \neg Q(f(x), v))}$$
$$\vee \forall u$$
$$\neg (\neg \exists x \forall y \forall u \exists v \; (P(x,y) \vee Q(u,v))$$
$$\vee \exists x \exists y \forall u \exists v \; (P(x,y) \vee Q(u,v))$$
$$\exists x \forall y \forall u \exists v \; (P(x,y) \vee Q(u,v))$$
$$\wedge \neg \exists x \exists y \forall u \exists v (P(x,y) \vee Q(u,v))$$
$$\exists x \forall y \forall u \exists v \; (P(x,y) \vee Q(u,v))$$
$$\wedge \forall x \forall y \exists u \forall v \; (\neg P(x,y) \wedge \neg Q(u,v))$$

Existenzquantoren nach innen verschieben:

$$\forall y \forall u \; (P(c,y) \vee Q(u, f(y,u))$$
$$\wedge \forall x \forall y \forall v \; (\neg P(x,y) \wedge \neg Q(g(x,y), v))$$

$\{P(c,y), Q(u, f(y,u)\}$

$\{\neg P(x,y)\}$

$\{\neg Q(g(x,y), v)\}$

(2)

Axiom!

$$\dfrac{P(a) \vdash P(a)}{P(a) \vdash P(a), Q(a)}\ RW$$

$$\dfrac{P(a) \vdash P(a), Q(a)}{P(a) \vdash P(a), \forall x Q(x)}\ \forall R$$

$$\dfrac{P(a) \vdash P(a), \forall x Q(x)}{P(a) \vdash \exists x P(x), \forall x Q(x)}\ \exists R$$

$$\dfrac{P(a) \vdash \exists x P(x), \forall x Q(x)}{\vdash \neg P(a), \exists x P(x), \forall x Q(x)}\ \neg R$$

Axiom!

$$\dfrac{Q(a) \vdash Q(a)}{Q(a) \vdash P(a), Q(a)}\ RW$$

$$\dfrac{Q(a) \vdash P(a), Q(a)}{Q(a) \vdash P(a), \forall x Q(x)}\ \forall R$$

$$\dfrac{Q(a) \vdash P(a), \forall x Q(x)}{Q(a) \vdash \exists x P(x), \forall x Q(x)}\ \exists R$$

$$\dfrac{\vdash \neg P(a), \exists x P(x), \forall x Q(x) \qquad Q(a) \vdash \exists x P(x), \forall x Q(x)}{\neg P(a) \rightarrow Q(a) \vdash \exists x P(x), \forall x Q(x)}\ \rightarrow L$$

$$\dfrac{\neg P(a) \rightarrow Q(a) \vdash \exists x P(x), \forall x Q(x)}{\exists x (\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \vdash \exists x P(x), \forall x Q(x)}\ \exists L$$

$$\dfrac{\exists x (\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \vdash \exists x P(x), \forall x Q(x)}{\cancel{(}\exists x (\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \vdash (\exists x P(x) \vee \forall x Q(x))\cancel{)}}\ \vee R$$

$$\dfrac{\cancel{(}\exists x (\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \vdash (\exists x P(x) \vee \forall x Q(x))\cancel{)}}{\vdash \exists x (\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow ((\exists x P(x) \vee \forall x Q(x))}\ \rightarrow R$$

③

f ist <u>Identitätsfunktion</u> $f(x) = x$

$\Rightarrow h(x) = g(x) \cdot g(x) \cdot g(x) \cdot g(x) = g(x)^4$

wenn $g(x)$ nicht berechenbar, dann auch $g(x) \cdot g(x)$ nicht berechenbar

$\Rightarrow h(x)$ nicht berechenbar QED.

zu ③

$1: \{P(c,y), Q(u, f(y,v))\}$

$2: \{\neg P(x,y)\} \qquad x \mapsto c$

$3: \{Q(u, f(y,v))\} \qquad (1,2)$

$4: \{\neg Q(g(x,y), v)\}$

$v \mapsto f(y,v)$

$u \mapsto g(x,y)$

$3: \{Q(g(x,y), f(y, g(x,y)))\}$

$4: \{\neg Q(g(x,y), f(y, g(x,y)))\}$

$5: \underline{\{\}} \qquad (3,4)$