

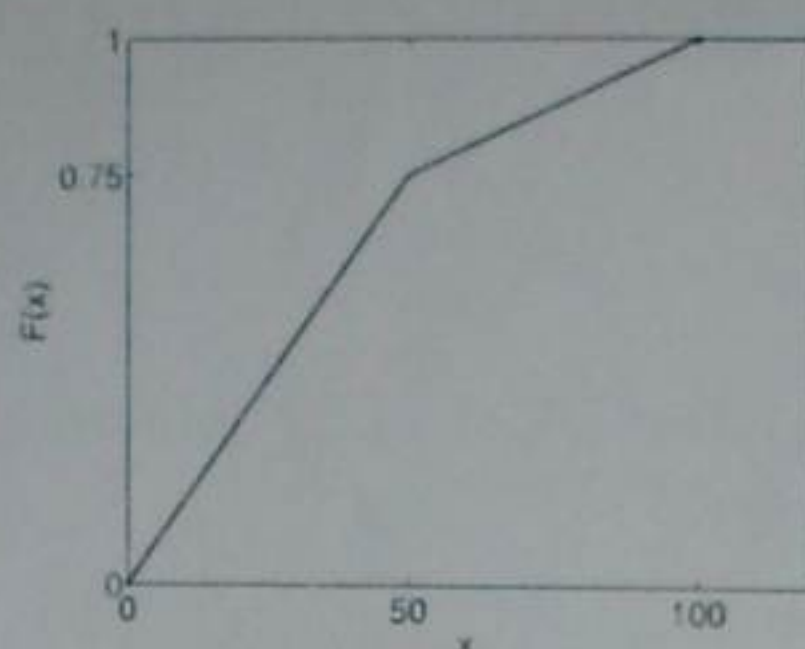
SCHRIFTLICHE PRÜFUNG
STATISTIK UND
WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE

STUDIENRICHTUNG: INFORMATIK
VORLESUNG: O.PROF. R. VIERTL
ÜBUNG/SCHRIFTL. PRÜFUNG: W. GURKER
2-STÜNDIG MIT UNTERLAGEN

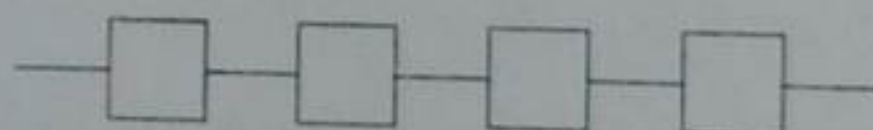
24. JÄNNER 2006

A) Beispiele¹

1. Die Verteilungsfunktion einer stetigen sG X ist gegeben wie folgt:



- (a) Ermitteln und zeichnen Sie die Dichte von X . (1.5)
 - (b) Berechnen Sie den Mittelwert von X . (1)
 - (c) Berechnen Sie die Varianz von X . (1.5)
2. Die logische Struktur eines Systems ist gegeben wie folgt:



Die Lebensdauern der Komponenten sind unabhängig und identisch exponentialverteilt mit Mittelwert 10. Bestimmen Sie für die Systemlebensdauer:

- (a) die Verteilungsfunktion und die Dichte; (2)
 - (b) den Erwartungswert; (1)
 - (c) den Median und das 90%-Quantile. (1)
3. Beobachtungen einer sG $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ergeben die folgenden Werte:

5.24, -0.16, -0.32, 0.19, 0.94, -0.52, -1.00, 1.40

- (a) Ermitteln Sie Schätzwerte für μ und σ . (1)
- (b) Bestimmen Sie ein 95%-Konfidenzintervall für μ . (1.5)
- (c) Bestimmen Sie ein 90%-Konfidenzintervall für σ . (1.5)

Zusatzpunkt: Ermitteln und zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion.

¹Pro Beispiel 4 Punkte (Punkteschlüssel in Klammern).

B) Beantworten bzw. berechnen Sie:²

- ✓(a) Von einem Prüfverfahren zur Fehlerdiagnose von Schaltkreisen weiß man, daß ein fehlerhafter Schaltkreis mit Wahrscheinlichkeit 0.95, ein fehlerfreier Schaltkreis mit Wahrscheinlichkeit 0.9 als solcher erkannt wird. Durchschnittlich 4% der Schaltkreise sind defekt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein Schaltkreis tatsächlich einen Fehler, wenn die Prüfung einen solchen behauptet?

Zusatzpunkt: Geben Sie eine Erklärung für die (überraschend?) kleine Wahrscheinlichkeit.

- (b) Die stochastische Größe X habe die Dichte $f_X(x)$. Dann ist die Dichte von $Y = aX$ (a ist eine positive Konstante) gegeben durch welchen der folgenden Ausdrücke?

$$(1) f_X(ax) \quad (2) af_X(ax) \quad (3) \frac{1}{a} f_X\left(\frac{x}{a}\right) \quad (4) f_X\left(\frac{x}{a}\right)$$

(Begründete Antwort!)

- ✓(c) Die sG X ist auf dem Intervall $[0, \pi]$ stetig uniform verteilt. Bestimmen Sie den Erwartungswert von $Y = \sin(X)$.

- ✓(d) Es ist bekannt, daß von bestimmten Komponenten durchschnittlich 5% defekt sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt bei 1000 zufällig ausgewählten derartigen Komponenten die Zahl der defekten zwischen 40 und 60 (jeweils inklusive)?

Hinweis: Rechnen Sie auf Basis des zentralen Grenzwertungssatzes; verwenden Sie die Stetigkeitskorrektur.

- (e) X_1, \dots, X_n sei eine Stichprobe aus einer $\text{Gam}(2, \beta)$ -Verteilung mit der Dichte:

$$f(x|\beta) = \frac{x}{\beta^2} e^{-x/\beta} I_{(0, \infty)}(x) \quad \text{mit } \beta > 0$$

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzer von β .

Bitte beachten! Schreiben Sie ALLE Rechenschritte auf die beiliegenden Blätter. Nur hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sind – werden nicht gewertet!

<p>Ergebnisse der schriftlichen Prüfung: Do 26. Jän. 2006 ab 17:00 (Aushang am Institut) Telefonische Auskunft: 58801-10724</p>
<p>Mündliche Prüfung: Fr 27. Jän. 2006 (In Liste eintragen!)</p>

²Jeweils 1 Punkt. Für eine positive schriftliche Prüfung insgesamt mindestens 9 Punkte.