

PO Mathematik 1 für Informatiker

Vorlesung von Ao. Univ. Prof. Dr. Günther Karigl

23. Juni 2004

25.06.2002

Siehe auch http://www.algebra.tuwien.ac.at/institut/inf/inf_karigl/index1.html.

1. In nachstehendem, bewerteten Graphen bestimme man alle kürzesten Wege vom Knoten v_1 zum Knoten v_7 , sowie deren Länge.
2. Gegeben sei die quadratische Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ -3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Man zeige, dass A nicht-singulär ist und berechne A^{-1} . Schließlich ermittle man AA^{-1} sowie $A^{-1}A$.

3. Prüfziffern. Zweck von Prüfziffern, Aufbau der ISBN-Nummer am Beispiel 3-7908-1263-3, Eigenschaften der ISBN-Nummer mit Beweis.
4. Integralrechnung: Erklärung des unbestimmten, bestimmten und uneigentlichen Integrals mit je einem Beispiel, Mittelwertsatz der Integralrechnung mit Skizze.

01.10.2002

1. Wieviele natürliche Zahlen $1 \leq n \leq 1000$ gibt es, die durch 3, 7 oder 11 teilbar sind? Wieviele Zahlen sind weder durch 3, noch durch 7, noch durch 11 teilbar?
2. Die Funktion $\ln(x+1)$ in eine Taylorreihe entwickeln, und damit versuchen, den Limes der unendlichen Reihe $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$ zu berechnen.

3. Erklärung der Begriffe „Aussage“ und „Prädikat“ und Angabe von Beispielen, wie man Aussagen durch Junktoren bzw. Prädikate durch Quantoren verknüpfen kann. Was ist eine aussagenlogische Formel? Wann ist eine solche Formel gültig (eine Tautologie), wann ist sie unerfüllbar/ungültig (eine Kontradiktion)?
4. Gauss'sches Eliminationsverfahren – Darstellung, Umwandlung und die (drei) verschiedenen Lösungsvarianten mit kurzen Beispielen.

26.11.2002

1. Gegeben ist ein 7-Systemnetzwerk, also ein ungerichteter, bewerteter (Kosten) Graph. Gesucht ist ein System, das alle Systeme enthält und kostenminimal arbeitet. Man finde also ein Minimalgerüst (Algorithmus von Kruskal).
2. Gegeben ist eine 4×4 -Matrix (ausgedachte Zahlen):

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 & u \\ -5 & 8 & 6 & 7 \\ 4 & 12 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 56 & 7 \end{pmatrix}$$

Ein Wert ist als Variable u gegeben. Gesucht ist die Determinante von A .

Weiters ist gegeben $|A| = 35$. u ist zu berechnen.

3. Zweistelliger Relationen – Definition, Eigenschaften, Erklärung von Halbordnungsrelation und Äquivalenzrelation (jeweils ein Beispiel angeben), Beziehung zwischen Äquivalenzrelation und Partition.
4. Kurvendiskussion – Extremwerte, Monotonie, Konvexität (Definition, hinreichende und notwendige Bedingungen, mit Beispielen)

28.01.2003

1. Angabe wie im Übungsblatt 3, Beispiel 14 (SS02). Gegeben sind zwei Formeln, eine gültige und eine unerfüllbare, gesucht ist der Beweis dazu (Wahrheitstabelle).
2. Effektivwert der Stromstärke berechnen. Sehr ähnlich wie im Skriptum auf Seite 74, nur mit anderem t .
3. Graphentheorie – Fragestellungen in bewerteten Graphen, Algorithmen in bewerteten Graphen beschreiben und Beispiele dazu angeben (Algorithmen von Kruskal sowie von Dijkstra & Danzig).
4. Rechenregeln und Rechenoperationen in Matrizen, Determinantenberechnung, Berechnung der inversen Matrix, jeweils Beispiele angeben.

24.06.2003

1. Man zeige mittels vollständiger Induktion, dass für die rekursiv definierte Folge $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ und $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$ (Fibonacci-Folge) gilt:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$$

2. Graphentheorie – Beschreibung von Wald, Baum, Gerüst, Wurzelbaum, Binärbaum, mit Beispielen.
3. Forum down :-)
4. Ditto.

08.10.2003

1. Gegeben ein bewerteter Graph. Zu finden sind alle kürzesten Wege von P_1 nach P_8 mittels des Algorithmus von Dijkstra & Danzig.
2. Sei $G = \{(1), (13), (24), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (1234), (1432)\}$ eine Menge von Permutationen. Man veranschauliche G , indem man die Permutationen auf die vier Eckpunkte eines Quadrates wirken lasse und als geometrische Operationen (deckungsgleiche Drehungen und Spiegelungen, jede Operation muss also wieder ein Quadrat ergeben, nichts anderes) interpretiere. Man zeige mit Hilfe dieser Operationen, dass G (G wird bezeichnet als die „Symmetriegruppe des Quadrats“) eine Untergruppe der symmetrischen Gruppe S_4 ist, und bestimme alle Untergruppen.
3. Prüfziffern – ISBN-Code. Zu erläutern sind Funktion, Eigenschaften und Beweise dazu.
4. Gauss'sches Eliminationsverfahren – Darstellung, Umwandlung und die (drei) verschiedenen Lösungsvarianten mit kurzen Beispielen.

02.03.2004

1. Gegeben sei die rekursive Definition $x_{n+1} = \frac{x_n}{x_n+2}$ mit $x_1 = 1$, $n \geq 1$. Diese ist zu berechnen für $n = 1, \dots, 5$. Man beweise mittels vollständiger Induktion, dass $x_n = \frac{1}{2^n - 1}$ mit der rekursiven Formel gleich ist.
2. Man entwickle die Taylorreihe von $f(x) = \ln(x+1)$ im Punkt $x_0 = 0$. Man berechne damit den Grenzwert der alternierenden harmonischen Reihe.
3. Graphentheorie – Man definiere Baum und Wald mit Hilfe von Wegen. Was sind Wurzelbaum, Gerüst und Binärbaum, jeweils Beispiele dazu.
4. Man schreibe die Ungleichung von Cauchy-Schwarz an und beweise diese. Wie ist der Winkel zwischen zwei Vektoren definiert?

04.05.2004

1. Man zeige, dass $\langle \mathbb{Z}, \circ \rangle$ mit der Operation

$$a \circ b = a + b - ab, \quad \forall a, b \in \mathbb{Z}$$

eine Halbgruppe ist. Gibt es ein neutrales Element? Wenn ja, welche Elemente haben Inverse?

2. Determinante einer 4×4 -Matrix (Zahlen fehlen leider).
3. Aussagen- und Prädikatenlogik – Was ist was? Eigenschaften, Beispiele für Erfüllbarkeit, Unerfüllbarkeit (Kontradiktion) und Gültigkeit (Tautologie) in der Aussagenlogik.
4. Mittelwertsatz der Differentialrechnung, Mittelwertsatz der Integralrechnung – Zu beiden ansatzweise der Beweis, Definition und Zeichnung.

22.06.2004

1. Gegeben ein bewerteter, ungerichteter Graph mit 8 Knoten, der 8 Universitäten repräsentiert, zwischen denen ein Hochgeschwindigkeitsdatennetz errichtet werden soll. Die Kantenbewertungen stehen für die Errichtungskosten der jeweiligen Verbindung.

Gesucht ist ein kostenminimales Datennetz, und die daraus entstehenden Errichtungskosten. Man finde also ein Minimalgerüst mittels des Algorithmus von Kruskal.

2. Kurvendiskussion – die Funktion $f(x) = -xe^x$ auf Nullstellen, Monotonie und Konvexität untersuchen und die Fläche berechnen, die im zweiten Quadranten von der x -Achse und dem Funktionsgraphen eingeschlossen wird.
3. ISBN-Nummern – Als Beispiel die Nummer 0-201-73047-2. Gesucht sind Aufbau, Stelle und Berechnung der Prüfziffer, Beweise, dass sowohl Einzelfehler in einer Ziffer, als auch beliebige Vertauschungen zweier Ziffern erkannt werden.
4. Determinanten – Definition, Eigenschaften (Verhalten bei elementaren Zeilen- und Spaltenoperationen), Entwicklungssatz von Laplace (mit Beispiel) und mindestens zwei Anwendungen (hier ist es nicht ganz sicher, ob Anwendungen des Laplace-Satzes oder der Determinanten im Allgemeinen gemeint ist).

von:

<http://www.informatik-forum.at/showthread.php?t=19905>

Prüfung vom 28.06.05

1. Permutation auf Quadrat, Untergruppen
2. Kurvendiskussion und Fläche im Quadranten: $f(x) = 4x \cdot e^{-2x}$
3. ISBN-Beispiel
4. Man erkläre die Begriffe linear abhängig bzw linear unabhängig für Vektoren eines Vektorraums V und gebe je ein Bsp mit mind. drei linear abhängigen bzw. linear unabhängigen Vektoren im \mathbb{R}^3 . Was versteht man unter einer Basis eines Vektorraums V ?

Prüfung vom 10.5.05

- 1) Logik: Wahrheitstabellen für eine gültige, eine erfüllbare und eine unerfüllbare Formel. (so in der Art: $F(ABC) = A$ und $(B \text{ impliziert } C) \text{ und nicht } C$)
- 2) Kombinatorik: Herleiten der Formeln für Kombinationen mit und ohne Wiederholung
+ Bsp dazu.
- 3) Integrierbsp mit Strom (i_0). I_{eff} ausrechnen.
- 4) Matrizen und Determinanten, Gesetze, Rechenregeln und Bspe

Prüfung 14.10.2005

- 1) Logik: Eine Formel mit Wahrheitstabelle lösen und dann einen semantisch äquivalenten Ausdruck in disjunkter Normalform hinschreiben.
- 2) $f(x) = -3xe^x$ Monotonie? Fläche im 2. Quadranten zur x -Achse
- 3) Gegeben war eine 3×3 -Matrix, wobei ein Element u war. Für welche u gibt es eine inverse Matrix.
- 4a) Inklusion/Exklusion mit frei wählbarem Beispiel.
- 4b) Mittelwertsatz der Differential-/Integralrechnung + Grafik