

4Feldertafel

	B_1	B_2	Σ
A_1	n_{11}	n_{12}	$n_{1.}$
A_2	n_{21}	n_{22}	$n_{2.}$
Σ	$n_{.1}$	$n_{.2}$	n

$$Q = \frac{n_{11} * n_{22} - n_{12} * n_{21}}{n_{11} * n_{22} + n_{12} * n_{21}}$$

	Raucher	Nichtraucher	Σ
Männlich	n_{11}	n_{12}	$n_{1.}$
Weiblich	n_{21}	n_{22}	$n_{2.}$
Σ	$n_{.1}$	$n_{.2}$	n

Aufgabe 4 (16.3.2005)

(a) Wie kann Q möglichst einfach ausgedrückt werden durch die Verhältnisse:

$$\frac{n_{11}}{n_{12}} \text{ und } \frac{n_{21}}{n_{22}} \quad \frac{n_{12}}{n_{11}} \text{ und } \frac{n_{22}}{n_{21}} \quad \frac{n_{11}}{n_{21}} \text{ und } \frac{n_{12}}{n_{22}} \quad \frac{n_{21}}{n_{11}} \text{ und } \frac{n_{22}}{n_{12}}$$

(b) Wie können die Zusammenhänge zwischen diesen Verhältnissen mithilfe von Q möglichst einfach ausgedrückt werden? Diskutieren Sie die Ergebnisse, illustrieren Sie das Ganze am Beispiel Mann/Frau Raucher/Nichtraucher.

(c) Wie kann Q möglichst einfach ausgedrückt werden durch die Verhältnisse:

$$\frac{n_{11}}{n_{1.}} \text{ und } \frac{n_{21}}{n_{2.}} \quad \frac{n_{12}}{n_{1.}} \text{ und } \frac{n_{22}}{n_{2.}} \quad \frac{n_{11}}{n_{.1}} \text{ und } \frac{n_{12}}{n_{.2}} \quad \frac{n_{21}}{n_{.1}} \text{ und } \frac{n_{22}}{n_{.2}}$$

(d) Wie können die Zusammenhänge zwischen diesen Verhältnissen mithilfe von Q möglichst einfach ausgedrückt werden? Diskutieren Sie die Ergebnisse, illustrieren Sie das Ganze am Beispiel Mann/Frau Raucher/Nichtraucher.

$$(a) \quad Q = \frac{n_{11} * n_{22} - n_{12} * n_{21}}{n_{11} * n_{22} + n_{12} * n_{21}} = \frac{\frac{n_{11}}{n_{12}} - \frac{n_{21}}{n_{22}}}{\frac{n_{11}}{n_{12}} + \frac{n_{21}}{n_{22}}} \quad Q = \frac{n_{11} * n_{22} - n_{12} * n_{21}}{n_{11} * n_{22} + n_{12} * n_{21}} = \frac{\frac{n_{22}}{n_{21}} - \frac{n_{12}}{n_{11}}}{\frac{n_{22}}{n_{21}} + \frac{n_{12}}{n_{11}}}$$

$$Q = \frac{n_{11} * n_{22} - n_{12} * n_{21}}{n_{11} * n_{22} + n_{12} * n_{21}} = \frac{\frac{n_{11}}{n_{21}} - \frac{n_{12}}{n_{22}}}{\frac{n_{11}}{n_{21}} + \frac{n_{12}}{n_{22}}} \quad Q = \frac{n_{11} * n_{22} - n_{12} * n_{21}}{n_{11} * n_{22} + n_{12} * n_{21}} = \frac{\frac{n_{22}}{n_{12}} - \frac{n_{21}}{n_{11}}}{\frac{n_{22}}{n_{12}} + \frac{n_{21}}{n_{11}}}$$

(b) Aus a ergibt sich jeweils:

$$\frac{n_{21}}{n_{22}} = -\frac{Q-1}{Q+1} * \frac{n_{11}}{n_{12}} \quad \frac{n_{12}}{n_{11}} = -\frac{Q-1}{Q+1} * \frac{n_{22}}{n_{21}} \quad \frac{n_{12}}{n_{22}} = -\frac{Q-1}{Q+1} * \frac{n_{11}}{n_{21}} \quad \frac{n_{21}}{n_{11}} = -\frac{Q-1}{Q+1} * \frac{n_{22}}{n_{12}}$$

-> Es herrscht eine Proportionalität zwischen diesen Verhältnissen mit Faktor $-\frac{Q-1}{Q+1}$

Am Beispiel der m/f R/NR Verteilung bedeutet dies:

Anteil der Raucher bezogen auf die Nichtraucher unter den Männern proportional zum Anteil unter den Frauen.

Anteil der Nichtraucher bezogen auf die Raucher unter den Männern proportional zum Anteil unter den Frauen.

Anteil der Männer bezogen auf die Frauen unter den Rauchern proportional zum Anteil unter den Nichtrauchern.

Anteil der Frauen bezogen auf die Männer unter den Rauchern proportional zum Anteil unter den Nichtrauchern.

$$(c) \quad n_{1.} = n_{11} + n_{12} \quad n_{2.} = n_{21} + n_{22} \quad n_{.1} = n_{11} + n_{21} \quad n_{.2} = n_{12} + n_{22}$$

Daraus folgt:

$$Q = \frac{n_{11} * n_{22} - n_{12} * n_{21}}{n_{11} * n_{22} + n_{12} * n_{21}} = \frac{n_{11} * (n_{2.} - n_{21}) - (n_{1.} - n_{11}) * n_{21}}{n_{11} * (n_{2.} - n_{21}) + (n_{1.} - n_{11}) * n_{21}} = \frac{\frac{n_{11}}{n_{1.}} - \frac{n_{21}}{n_{2.}}}{\left(\frac{n_{11}}{n_{1.}} - \frac{n_{21}}{n_{2.}}\right)^2} = \frac{1}{\frac{n_{11}}{n_{1.}} - \frac{n_{21}}{n_{2.}}}$$

$$Q = \frac{(n_{1.} - n_{12}) * n_{22} - n_{12} * (n_{2.} - n_{22})}{(n_{1.} - n_{12}) * n_{22} + n_{12} * (n_{2.} - n_{22})} = \frac{\frac{n_{22}}{n_{2.}} - \frac{n_{12}}{n_{1.}}}{\left(\frac{n_{22}}{n_{2.}} - \frac{n_{12}}{n_{1.}}\right)^2} = \frac{1}{\frac{n_{22}}{n_{2.}} - \frac{n_{12}}{n_{1.}}}$$

$$Q = \frac{n_{11} * (n_{2.} - n_{12}) - n_{12} * (n_{.1} - n_{11})}{n_{11} * (n_{2.} - n_{12}) + n_{12} * (n_{.1} - n_{11})} = \frac{\frac{n_{11}}{n_{.1}} - \frac{n_{12}}{n_{.2}}}{\left(\frac{n_{11}}{n_{.1}} - \frac{n_{12}}{n_{.2}}\right)^2} = \frac{1}{\frac{n_{11}}{n_{.1}} - \frac{n_{12}}{n_{.2}}}$$

$$Q = \frac{(n_{.1} - n_{21}) * n_{22} - (n_{.2} - n_{22}) * n_{21}}{(n_{.1} - n_{21}) * n_{22} + (n_{.2} - n_{22}) * n_{21}} = \frac{\frac{n_{22}}{n_{.2}} - \frac{n_{21}}{n_{.1}}}{\left(\frac{n_{22}}{n_{.2}} - \frac{n_{21}}{n_{.1}}\right)^2} = \frac{1}{\frac{n_{22}}{n_{.2}} - \frac{n_{21}}{n_{.1}}}$$

(d) Umformung ergibt:

$$\frac{n_{11}}{n_{1.}} = \frac{n_{21}}{n_{2.}} + \frac{1}{Q} \quad \frac{n_{22}}{n_{2.}} = \frac{n_{12}}{n_{1.}} + \frac{1}{Q} \quad \frac{n_{11}}{n_{.1}} = \frac{n_{12}}{n_{.2}} + \frac{1}{Q} \quad \frac{n_{22}}{n_{.2}} = \frac{n_{21}}{n_{.1}} + \frac{1}{Q}$$