

Biometrie-Aufgabe bei Prof. Hasibeder SS05

Ausgearbeitet von Murrel (Murrel.vienna@gmx.at)

Die Fehlerfreiheit dieser Lösungen kann nicht garantiert werden!

Grenzen des Annahmebereichs (2seitiger Test):

$$n \cdot p_0 \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} \pm 0,5$$

Aufgabe 17 (18.5.2005)

Fortsetzung Beispiel 9.7 S. 236

N = 69

P0 = 0,5

K = 30

P...Anteil Frauen unter Studenten

Kann die Hypothese

(a) H1: $p < \frac{1}{2}$

(b) H1: $p > \frac{1}{2}$

angenommen werden für

- $\alpha = 10 \%$

- $\alpha = 5 \%$

- $\alpha = 1 \%$

- $\alpha = 0,1 \%$

(c) Wie groß ist jeweils ungefähr der p-Wert des Tests (Intervall)?

(a) H1: $p < \frac{1}{2}$ d.h. $p < p_0$

- $\alpha = 10 \%$

$$z_{1-\alpha} = 1,3$$

$$[n \cdot p_0 - z_{1-\alpha} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} - 0,5; n]$$

$$[69 \cdot 0,5 - 1,3 \sqrt{69 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} - 0,5; 69]$$

$$[28,6; 69]$$

K = 30 innerhalb des Intervalls, H0 wird also beibehalten.

- $\alpha = 5 \%$

$$z_{1-\alpha} = 1,645$$

$$[n \cdot p_0 - z_{1-\alpha} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} - 0,5; n]$$

$$[69 \cdot 0,5 - 1,645 \sqrt{69 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} - 0,5; 69]$$

$$[27,17; 69]$$

K = 30 innerhalb des Intervalls, H0 wird also beibehalten.

- $\alpha = 1 \%$

$$z_{1-\alpha} = 2,3$$

$$[n \cdot p_0 - z_{1-\alpha} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} - 0,5; n]$$

$$[69 \cdot 0,5 - 2,3 \sqrt{69 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} - 0,5; 69]$$

$$[24,45;69]$$

K = 30 innerhalb des Intervalls, H0 wird also beibehalten.

$$- \alpha = 0,1 \%$$

$$z_{1-\alpha} = 3$$

$$[n \cdot p_0 - z_{1-\alpha} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} - 0,5; n]$$

$$[69 \cdot 0,5 - 3 \sqrt{69 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} - 0,5; 69]$$

$$[21,54;69]$$

K = 30 innerhalb des Intervalls, H0 wird also beibehalten.

(b) H1: $p > \frac{1}{2}$ d.h. $p > p_0$

$$- \alpha = 10 \%$$

$$z_{1-\alpha} = 1,3$$

$$[0; n \cdot p_0 + z_{1-\alpha} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} + 0,5]$$

$$[0; 69 \cdot 0,5 + 1,3 \sqrt{69 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} + 0,5]$$

$$[0; 40,4]$$

K = 30 innerhalb des Intervalls, H0 wird also beibehalten.

$$- \alpha = 5 \%$$

$$z_{1-\alpha} = 1,645$$

$$[0; n \cdot p_0 + z_{1-\alpha} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} + 0,5]$$

$$[0; 69 \cdot 0,5 + 1,645 \sqrt{69 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} + 0,5]$$

$$[0; 41,83]$$

K = 30 innerhalb des Intervalls, H0 wird also beibehalten.

$$- \alpha = 1 \%$$

$$z_{1-\alpha} = 2,3$$

$$[0; n \cdot p_0 + z_{1-\alpha} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} + 0,5]$$

$$[0; 69 \cdot 0,5 + 2,3 \sqrt{69 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} + 0,5]$$

$$[0; 44,55]$$

K = 30 innerhalb des Intervalls, H0 wird also beibehalten.

$$- \alpha = 0,1 \%$$

$$z_{1-\alpha} = 3$$

$$[0; n \cdot p_0 + z_{1-\alpha} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} + 0,5]$$

$$[0; 69 \cdot 0,5 + 3 \sqrt{69 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} + 0,5]$$

$$[0; 47,46]$$

K = 30 innerhalb des Intervalls, H0 wird also beibehalten.

(c) Man kann daraus schließen:

- P-Wert für (a) ist der Wert an dem $k = k_{krit}$

$$30 = n \cdot p_0 - z_{1-\alpha} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} - 0,5$$

$$30 = 34,5 - z_{1-\alpha} \sqrt{17,25} - 0,5$$

$$z_{1-\alpha} = \frac{4}{\sqrt{17,25}} = 0,963$$

Sieht man in der Tabelle nach, ergibt das:

$$1 - \alpha = 0,832$$

$$\alpha = 0,168 = 16,8 \%$$

- P-Wert für (b) ist der Wert an dem $k = k_{\text{krit}}$

$$30 = n \cdot p_0 + z_{1-\alpha} \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)} + 0,5$$

$$30 = 34,5 + z_{1-\alpha} \sqrt{17,25} + 0,5$$

$$z_{1-\alpha} = -\frac{5}{\sqrt{17,25}} = -1,2$$

Sieht man in der Tabelle nach, ergibt das:

$$1 - \alpha = 0,115$$

$$\alpha = 0,885 = 88,5 \%$$