Biometrie-Aufgabe bei Prof. Hasibeder SS05
Ausgearbeitet von Murmel (Murmel.vienna@gmx.at)
Die Fehlerfreiheit dieser Lösungen kann nicht garantiert werden!

Aufgabe 11 (13.4.2005)

Wie lautet lx:
a) für x Є [a, a+1], falls l_a, l_{a+1} gegeben
b) für x Є [a, a+n], falls l_a, l_{a+n} gegeben und r(x) auf diesem Intervall jeweils konstant
c) Zusammenhang zwischen qa und r(x)?
d) Sonderfall [ω, ω+1]

Ansatz: $l_x = l_0 \cdot S(x)$
Mit l0 = 1 (Standardannahme) ergibt das lx = S(x)
Gesucht ist also S(x) bei S(a), S(a+1) gegeben usw…
Weiters gilt

$$r(t) = \frac{f(t)}{S(t)}$$

Es gilt auch $S(x) = e^{-\int_0^x r(t)dt}$ und daher $l_x = l_0 \cdot e^{-\int_0^x r(t)dt} \Leftrightarrow l_a = l_0 \cdot e^{-\int_0^a r(t)dt}$
Dividiert man die eine Gleichung durch die andere erhält man:

$$\frac{l_x}{l_a} = \frac{l0 \cdot e^{-\int_0^x r(t)dt}}{l0 \cdot e^{-\int_0^a r(t)dt}} \Leftrightarrow \frac{l_x}{l_a} = e^{-\int_a^x r(t)dt}$$

Daher folgt für x = a+1

$$\frac{l_{a+1}}{l_a} = e^{-\int_a^{a+1} r(t)dt} \Leftrightarrow l_{a+1} = l_a \cdot e^{-r(a)\cdot 1} \Leftrightarrow r(a) = \ln\left(\frac{l_a}{l_{a+1}}\right)$$

-> Einsetzen und fertig

lx = la * $e^{(\ln(la+1/la)) * (x-a)}$ =   //Potenzrechenregeln
=la (la+1/la) * (x-a)
= la $^{1-x+a}$ * la+1^{x-a}
→ lx= la $^{(a+1-x)}$ * la$^{(x-a)}$

Allgemeine Form:
x= a+n: la+n = la e^{-ra}
ln* la/la+n = ln $\sqrt[n]{\frac{l_a}{l_{a+n}}}$
[…] Rechenschritte wurden ausgelassen
lx = $\sqrt[n]{la^{a+n-x} \cdot la^{a+nx-a}}$