Biometrie-Aufgabe bei Prof. Hasibeder SS05
Ausgearbeitet von Murmel (Murmel.vienna@gmx.at)
Die Fehlerfreiheit dieser Lösungen kann nicht garantiert werden!

Bayessche Formel:

$$P(T_+ | K) = \frac{P(T_+ \wedge K)}{P(K)} = \frac{P(K | T_+) \cdot P(T_+)}{P(K)}$$

Wichtige Umformungsregeln:

$$P(T_- | K) = 1 - P(T_+ | K)$$

$$P(T_+ | \overline{K}) = 1 - P(T_- | \overline{K})$$

Aufgabe 8 (6.4.2005)
Drücken Sie über das Bayessche Theorem folgende Werte nur durch die Sensitivität [P(T+|K)], die Spezifität [P(T-|!K)] und die Prävalenz [in diesem Beispiel P(K), üblicherweise wird so aber die Inzidenz aufgeschrieben!] aus:

- **a) Negative Vorhersagewahrscheinlichkeit**
- **b) Wahrscheinlichkeit, dass eine Krankheit vorliegt, obwohl der Test negativ ist**
- **c) Wahrscheinlichkeit, dass eine Person gesund ist, obwohl das Testergebnis positiv ist**

a) Negative Vorhersagewahrscheinlichkeit

$$P(\overline{K} | T_-) = \frac{P(\overline{K} \wedge T_-)}{P(T_-)} = \frac{P(T_- | \overline{K}) \cdot P(\overline{K})}{P(T_-)} = \frac{P(T_- | \overline{K}) \cdot (1 - P(K))}{P(T_- \wedge K) + P(T_- \wedge \overline{K})} = \frac{P(T_- | \overline{K}) \cdot (1 - P(K))}{P(T_- | K) \cdot P(K) + P(T_- | \overline{K}) \cdot P(\overline{K})}$$

$$= \frac{P(T_- | \overline{K}) \cdot (1 - P(K))}{(1 - P(T_+ | K)) \cdot P(K) + P(T_- | \overline{K}) \cdot (1 - P(K))}$$

b) Wahrscheinlichkeit, dass eine Krankheit vorliegt, obwohl der Test negativ ist

$$P(K | T_-) = \frac{P(K \wedge T_-)}{P(T_-)} = \frac{P(T_- | K) \cdot P(K)}{P(T_-)} = \frac{(1 - P(T_+ | K)) \cdot P(K)}{P(T_- \wedge K) + P(T_- \wedge \overline{K})} = \frac{(1 - P(T_+ | K)) \cdot P(K)}{P(T_- | K) \cdot P(K) + P(T_- | \overline{K}) \cdot P(\overline{K})}$$

$$= \frac{(1 - P(T_+ | K)) \cdot P(K)}{(1 - P(T_+ | K)) \cdot P(K) + P(T_- | \overline{K}) \cdot (1 - P(K))}$$

c) Wahrscheinlichkeit, dass eine Person gesund ist, obwohl das Testergebnis positiv ist

$$P(\overline{K} | T_+) = \frac{P(\overline{K} \wedge T_+)}{P(T_+)} = \frac{P(T_+ | \overline{K}) \cdot P(\overline{K})}{P(T_+)} = \frac{(1 - P(T_- | \overline{K})) \cdot (1 - P(K))}{P(T_+ \wedge K) + P(T_+ \wedge \overline{K})} = \frac{(1 - P(T_- | \overline{K})) \cdot (1 - P(K))}{P(T_+ | K) \cdot P(K) + P(T_+ | \overline{K}) \cdot P(\overline{K})}$$

$$= \frac{(1 - P(T_- | \overline{K})) \cdot (1 - P(K))}{P(T_+ | K) \cdot P(K) + (1 - P(T_- | \overline{K})) \cdot (1 - P(K))}$$