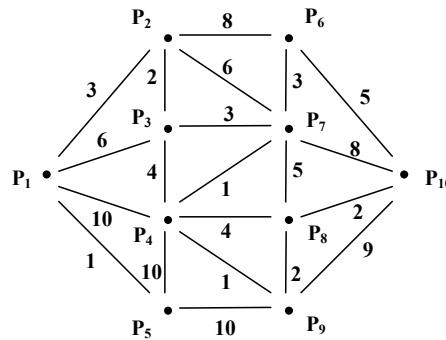
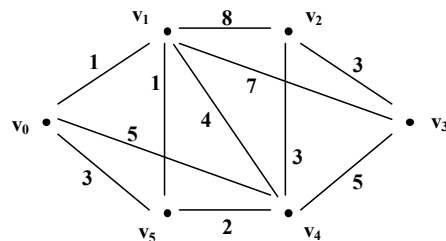


**Übungsaufgaben zur Mathematik 1 für InformatikerInnen**  
**Blatt 6**

26. In der folgenden schematisch skizzierten Landkarte sind für eine bestimmte Fracht die Transportkosten zwischen einzelnen Orten angegeben. Welches ist der billigste Weg vom Ort  $P_1$  zum Ort  $P_{10}$ ?



27. In nachstehendem bewerteten Graphen bestimme man den Entfernungsbaum bezüglich des Knotens  $v_0$ .



28. Gegeben seien die folgenden zweistelligen partiellen Operationen  $\bullet$  in der Menge  $M$ . Man untersuche, in welchem Fall eine Operation in  $M$  vorliegt. Welche der Operationen sind assoziativ, welche kommutativ?

- (a)  $M = \{-1, 0, 1\}$ ,  $\bullet$  gewöhnliche Addition bzw. Multiplikation
- (b)  $M = \mathbb{N}$ ,  $a \bullet b = 2^{ab}$
- (c)  $M = \mathbb{Q}$ ,  $a \bullet b = ab + 1$
- (d)  $M = \mathbb{R}$ ,  $a \bullet b = |a + b|$
- (e)  $M \neq \emptyset$ ,  $a \bullet b = a$

29. Man zeige, daß  $\langle \mathbb{Z}, \bullet \rangle$  mit der Operation

$$a \bullet b = a + b - ab, \quad \forall a, b \in \mathbb{Z}$$

eine Halbgruppe ist. Gibt es ein neutrales Element? Wenn ja, welche Elemente haben Inverse?

30. Sind  $X$  und  $Y$  Mengen von Wörtern über einem Alphabet, dann bezeichne  $XY = \{w_1 \bullet w_2 \mid w_1 \in X, w_2 \in Y\}$ . Für  $A = \{a\}$  und  $B = \{b, c\}$  bestimme man

$$A^*, B^*, A^*B, AB^*, (A \cup B)^* \text{ und } ABA^*B.$$