

**Übungsaufgaben zur Mathematik 1 für InformatikerInnen**  
**Blatt 9**

41. Man skizziere die Graphen der Funktionen

$$f_1(x) = \cos x, \quad f_2(x) = 1/\cos x, \quad f_3(x) = \cos^2 x, \quad f_4(x) = |\cos x|, \quad f_5(x) = \sqrt{|\cos x|}$$

im Intervall  $[0, \pi]$  und untersuche alle Funktionen auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit.

42. Man skizziere den Verlauf der Funktion  $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin(1/x)$  und beweise, dass  $f(x)$  an der Stelle  $x_0 = 0$  keinen Grenzwert besitzt, indem man die beiden Folgen  $x_n = 1/(n\pi)$  und  $x_n = 1/(2n\pi + \pi/2)$  betrachtet.

43. Man berechne die Grenzwerte

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 6x - 1}{x^3 - 2x^2 + 1} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$$

44. Man zeige mit Hilfe des Nullstellensatzes, dass die Funktion  $y = e^x - 5x + 1$  im Intervall  $[0,1]$  sowie im Intervall  $[2,3]$  je eine Nullstelle besitzt. Wie können diese Nullstellen näherungsweise berechnet werden?
45. Man berechne die ersten 4 Ableitungen der Funktion  $f(x) = (x + 1)/(x - 1)$ . Können Sie allgemein einen Ausdruck für die  $n$ -te Ableitung angeben?