

Übungsaufgaben zur Mathematik 1 für InformatikerInnen
Blatt 8

36. Man untersuche nachstehende Folgen in Hinblick auf Monotonie, Beschränktheit und mögliche Grenzwerte. Ferner veranschauliche man die Folgen auf der reellen Zahlengeraden:

(a) $(a_n) = 1, 1, 2, 1/2, 3, 1/3, 4, 1/4, \dots, m, 1/m, \dots$

(b) $b_n = \frac{n+2}{n-1}$ für $n \geq 2$ (c) $c_n = (-1)^n \frac{n-1}{n}$ für $n \geq 1$

37. Gegeben sei die rekursiv definierte Folge (a_n) mit $a_0 = 5$ und $a_{n+1} = (a_n + 5/a_n)/2$ für $n = 0, 1, 2, \dots$. Man berechne die Folgenglieder a_n für $n = 0, \dots, 10$, untersuche die Folge in Bezug auf Monotonie, Beschränktheit sowie Konvergenz und berechne – wenn möglich – den Grenzwert.

38. Seien P_1 und P_2 beliebige Punkte der Zahlengeraden. Man halbiere fortgesetzt die Strecke $\overline{P_1P_2}$ in P_3 , die Strecke $\overline{P_2P_3}$ in P_4 , $\overline{P_3P_4}$ in P_5 , usw. und bestimme die Lage von P_n für $n \rightarrow \infty$.

39. Man finde eine explizite Darstellung für die Partialsummen der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

und berechne damit – wenn möglich – die Summe.

(Anleitung: Man beachte, dass $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ gilt.)

40. Man bestimme die Größenordnungen von

(a) $0,7n^2 - 2,5n + 1$ (b) $5 \cdot 2^n + 3n^3$ (c) $\sqrt{1+n^2}$.

Ferner zeige man, dass

(d) $a_n = O(1) \Leftrightarrow (a_n)$ beschränkt, (e) $a_n = o(1) \Leftrightarrow (a_n)$ Nullfolge.