

Übungsaufgaben zur Mathematik 1 für InformatikerInnen
Blatt 1

I. Grundlagen

1. Man überprüfe die Gleichung

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n-1) \cdot n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3} \quad \text{für } n \geq 2$$

für $n = 2, 3, 4, 5$ und beweise sodann deren Gültigkeit für alle natürlichen Zahlen $n \geq 2$ durch vollständige Induktion.

2. Man zeige mittels vollständiger Induktion, dass für die rekursiv definierte Folge $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ und $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$ (Fibonacci Folge) allgemein gilt:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right].$$

3. Nach der sogenannten „abessinischen Bauernmethode“ werden zwei Zahlen, z.B. 21 und 17, wie folgt multipliziert:

21	17
10	34
5	68
2	136
1	272
<hr/>	
	357

Dabei wird der erste Faktor laufend durch 2 dividiert (und der Rest dabei vernachlässigt), während der zweite Faktor stets verdoppelt wird. Nach dem Motto der abessinischen Bauern „Gerade Zahlen bringen Unglück“ streicht man nun alle Zeilen, in denen die Zahl in der ersten Spalte gerade ist. Die Summe der verbleibenden Zahlen in der zweiten Spalte liefert dann das Ergebnis $21 \cdot 17 = 357$.

Man begründe, warum diese Methode zum richtigen Resultat führt. (Hinweis: Man gehe von einer Darstellung des ersten Faktors im Binärsystem aus.)

4. Man zeige, dass in \mathbb{R} die Beziehung

$$\sqrt{5041} - \sqrt{5040} = 71 - 12\sqrt{35} = \frac{1}{71 + 12\sqrt{35}}$$

gilt. Was ergibt sich bei Rechnung in normalisierter Gleitkomma-Darstellung zur Basis 10 mit vierstelliger Mantisse?

5. Man finde alle sechsten Wurzeln von $z = 8i$ in \mathbb{C} und stelle sie in der Gaußschen Zahlenebene dar.