TU Wien, SS 2002

Übungsaufgaben zur Mathematik 1 für InformatikerInnen
Blatt 2

6. Man beweise die folgenden Regeln für das Rechnen mit Kongruenzen:

   (a) $a \equiv b \bmod m,\ c \equiv d \bmod m \;\Rightarrow\; a + c \equiv b + d \bmod m$

   (b) $a \equiv b \bmod m,\ c \equiv d \bmod m \;\Rightarrow\; a \cdot c \equiv b \cdot d \bmod m$

   (c) $ac \equiv bc \bmod mc,\ c \neq 0 \;\Rightarrow\; a \equiv b \bmod m$

7. Im europäischen Artikelnummernsystem EAN werden Zahlen mit 13 Dezimalziffern der Form $a_1\, a_2 \ldots a_{12}\, p$ verwendet. Dabei wird die letzte der 13 Ziffern, das ist die Prüfziffer p im EAN-Code so bestimmt, dass

   $$a_1 + 3a_2 + a_3 + 3a_4 + \ldots + a_{11} + 3a_{12} + p \;=\; 0 \mod 10$$

   gilt. Man zeige, dass beim EAN-Code ein Fehler in einer einzelnen Ziffer stets erkannt wird, während eine Vertauschung von zwei benachbarten Ziffern genau dann nicht erkannt wird, wenn die beiden Ziffern gleich sind oder sich um 5 unterscheiden.

8. Sei $A = \{1,2,\ldots,8\}$ und R binäre Relation auf A definiert durch

   $$a\,R\,b \;\Leftrightarrow\; a = b \text{ oder } \mathrm{ggT}(a,b) = 2, \quad \forall\, a,b \in A.$$

   Man gebe explizit die Relation R sowie ihren Graphen G_R an.

9. Man untersuche nachstehend angeführte Relationen $R \subseteq M^2$ in Hinblick auf die Eigenschaften (R), (S), (A) und (T):

   (a) M = Menge aller Einwohner von Wien (Volkszählung 2001), $a\,R\,b \;\Leftrightarrow\;$ a ist verheiratet mit b

   (b) M wie oben, $a\,R\,b \;\Leftrightarrow\;$ a ist nicht älter als b

   (c) M wie oben, $a\,R\,b \;\Leftrightarrow\;$ a ist so groß wie b

   (d) $M = \mathbb{R},\ a\,R\,b \;\Leftrightarrow\; a - b \in \mathbb{Z}$

   (e) $M = \mathbb{R}^n,\ (x_1,\ldots,x_n)\,R\,(y_1,\ldots,y_n) \;\Leftrightarrow\; x_i \leq y_i \;\; \forall\, i = 1,\ldots,n$

10. Man zeige, dass durch

    $$(a_1,b_1)\,R\,(a_2,b_2) \;\Leftrightarrow\; a_1 + b_2 \;=\; b_1 + a_2 \quad \forall\, a_1,b_1,a_2,b_2 \in \mathbb{N}$$

    eine Äquivalenzrelation R in der Menge $\mathbb{N}^2$ erklärt wird, und bestimme die zugehörige Partition.