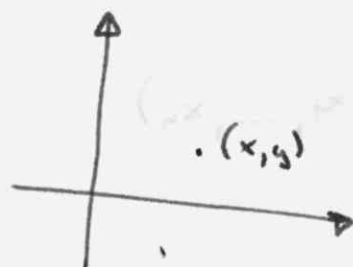


Was ist eine Hyperebene?

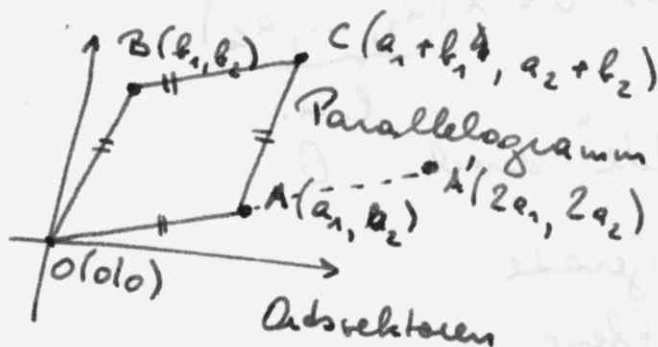
$$\mathbb{R}^2: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



Jedem Vektor wird ein Punkt zugeordnet.

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

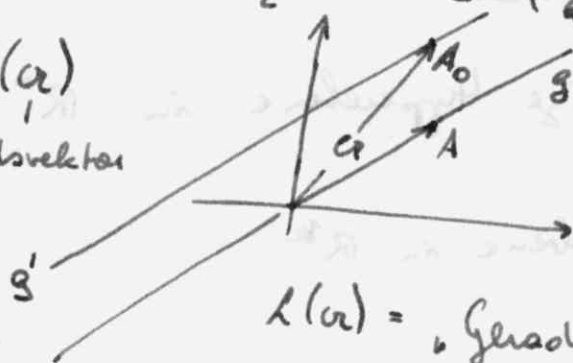
$$C = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$$



$$\lambda \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \end{pmatrix}$$

$$L(a)$$

Richtvektor



$$2 \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a_1 \\ 2a_2 \end{pmatrix} = A'$$

$$A_0 = (a_{01}, a_{02})$$

$$L(a) = \text{Gerade } g'$$

$\Rightarrow a$: Richtungsvektor der Geraden

$$g': r = a_0 + \lambda \cdot a \quad \{r | r = a_0 + \lambda(a)\}$$

$$\mathbb{R}^3: \quad a \neq 0 \Rightarrow L(a): \text{Gerade durch } 0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$L(a) \dots$ eindimensionaler TR von \mathbb{R}^3
 \Rightarrow Gerade durch 0

a_1, a_2 l.u.

$L(a_1, a_2)$ Ebene durch 0

$a_0 + L(a_1, a_2)$ Ebene in \mathbb{R}^3 durch A_0

\mathbb{R}^n : n Koordinaten

$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ — Punkt $X(x_1, \dots, x_n)$

U : $\dim U = k$

$$\Rightarrow U = \ell(\underbrace{a_1, \dots, a_k}_{\text{l. u.}})$$

"Gebilde" durch 0

$k=1$: Gerade

$k=2$: Ebene

$k \geq 3$: Hyperebene (k -dimensional)

$a_0 + \ell(a_1, \dots, a_k)$ beliebige Hyperebene in \mathbb{R}^n

interessant: $k = n-1$

$(n-1)$ -dimensionale Hyperebene in \mathbb{R}^n

kurz: Hyperebene

$$H = a_0 + U$$

$$\dim U = n-1$$

eine lineare Gleichung in x_1, \dots, x_n

153.

$$V = \mathbb{R}_n[x]$$

$$p(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$$

kanonische Basis

$$\langle x^0, x^1, \dots, x^n \rangle$$

$$A(p(x)) = q(x) = \sum_{k=2}^n a_k \cdot k \cdot (k-1) x^{k-2} + 0 \cdot x^{n-1} + 0 \cdot x^n$$

$$A: \mathbb{R}_n[x] \rightarrow \mathbb{R}_n[x]$$

Endomorphismus

$$U = (A(x^0), A(x^1), \dots, A(x^j), \dots, A(x^n))$$

Spaltenvektoren

Koeffiziente der Linearkombination der Basisvektoren x^0, \dots, x^n

$$A(x^0) = N(x) \quad (\text{Nullpolynom})$$

$$A(x^1) = N(x)$$

$$A(x^2) = 2 \cdot x^0$$

$$A(x^3) = 6 \cdot x^1$$

⋮

$$A(x^j) = j \cdot (j-1) \cdot x^{j-2}$$

$$2 \leq j \leq n$$

⋮

$$A(x^n) = n \cdot (n-1) \cdot x^{n-2}$$

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & 6 & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & j(j-1) & \dots & n(n-1) \end{pmatrix}$$

Zeile $j-2$
($j-1$ -te Zeile)

⋮

(j+1)-te Spalte

n+1 Zeilen

$$\text{Rang } A = n-1$$

$$\text{Kern } A = R_1[x] \subseteq R_n[x] \quad [\text{TR}]$$

Bsp. 148:

$$D(p(x)) = \sum_{k=1}^n k \cdot a_k \cdot x^{k-1} + 0 \cdot x^n$$

$$A = D^2$$

$$a = \mathbb{Q}^2$$

$$p(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k = \sum_{k \in \mathbb{N}} a_k x^k \quad (\text{fast alle } a_k = 0)$$

$$q(x) = B(p(x)) = \sum_{k \in \mathbb{N}} a_k x^{2k}$$

$$B(R[x]) = \mathcal{L}(x^0, x^2, x^4, \dots)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & 1 & \dots \\ 0 & \vdots & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$