

$$X = \{A \mid A \in M \ \& \ A \notin A\}$$

↑  
Gesamtheit aller Mengen

1.  $X \in X \Rightarrow X \notin X$  Widerspruch!
2.  $X \notin X \Rightarrow$  (klar:  $X \in M$ )  $\Rightarrow X \in X$  Widerspruch!

$\Rightarrow$  Gesamtheit aller Mengen ist keine Menge!

Entdeckung von Bernard RUSSELL

$\Rightarrow$  RUSSELL'sche Antinomie

$A \in M$	$C_M(A) \ ?$
/	/
Objekt	Definiert für $P(M)$
$M = \{0, 1\}$	$\Rightarrow C_M(0)$ ist nicht definiert, da $0 \notin P(M)$

$$P(M) = \{A \mid A \in M\}$$

/

Menge!

$0 \notin M$ , da  $0$  keine Menge ist !!!

$\{0\}$  ... einelementige Menge - SINGLETON

$$\{0\} \in M ; \quad C_M(\{0\}) = \{1\}$$

$$\{\emptyset, \{\emptyset\}\} :$$

$$P(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\} \quad ?$$

$$\Rightarrow \text{fehlt: } \{\{\emptyset\}\}$$

$$\Rightarrow P(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) = \{\emptyset; \{\emptyset, \{\emptyset\}\}; \{\emptyset\}; \{\{\emptyset\}\}\}$$

$$\{\phi\} \in \{\phi, \{\phi\}\} \quad \text{oder} \quad \{\phi\} \subseteq \{\phi, \{\phi\}\}$$

Was ist richtig?

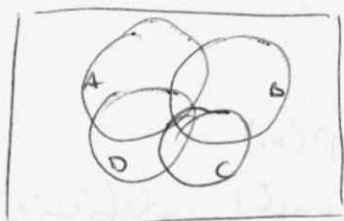
richtig!

richtig!

$A, B, C, D \dots$  Teilmengen des Universums  $M$

Behauptung:  $(A \cap B) \cap (C \cap D) = [(A \cap B) \cap C] \cap D$

1. "Möglichkeit" (???)



Wohiz, nicht mehr!

2. "Wahrheitstafel": n.U. sehr umfangreich!

3. charakteristische Funktionen

f.a.  $x \in M$

$$x_L(x) = (x_A(x) \cdot x_B(x)) \cdot (x_C(x) \cdot x_D(x))$$

$$x_R(x) = [(x_A(x) \cdot x_B(x)) \cdot x_C(x)] \cdot x_D(x)$$

Assoziativgesetz der Multiplikation im Bereich der natürlichen Zahlen

$$\Rightarrow x_L(x) = x_R(x) \quad \rightarrow \quad L = R$$

$[3]_7 =$  Restklasse 3 mod 7 (in  $\mathbb{Z}$ )

$$= \{x \mid (x \in \mathbb{Z}) \text{ es gibt ein } k \in \mathbb{Z}, \text{ sodass } x = 7k + 3\}$$

$$R = \{ \langle U, V \rangle \mid U, V \in \mathcal{P}(M) \wedge U \Delta V = \emptyset \}$$

Übungsbeispiel

$$\{a \mid a \equiv c \pmod{m}, a \in \mathbb{Z}\} \stackrel{?}{=} K(a)$$

RICHTIG

$$[c]_m = K(c)$$

$$\stackrel{?}{=} [a]_m$$

vollkommen  
falsch

"Distributivgesetz":

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$(A \times B) \cup (A \times C) = A \times (B \cup C)$$

Übungen

$$A \times B, A, B \in M$$

$$A \times B \in N = M \times M$$

$$A \times B = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in B \}$$

$\langle x, y \rangle \in A \times B$  genau dann, wenn  $x \in A, y \in B$

$\langle x, y \rangle \notin A \times B$  sonst

$$x_{A \times B}(\langle x, y \rangle) = x_A(x) \cdot x_B(y)$$

Definitionsbereich: N

Definitionsbereich: M

N

$$x_{A \times B} = x_A \cdot x_B$$

Def.:  $h = f \cdot g$  Funktion; Definitionsbereich D

d.h. f.a.  $x \in D$  ist  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$