

$A: U \rightarrow V$ lineare Abbildung; Skalark. K

α |
geordnete |
Basis |
Basis |
Dimensionen endlich

a_1, \dots, a_n b_1, \dots, b_n

$\text{Rg } A = \dim A(U)$ Abbildungsrang: $\text{Rg } \alpha = \text{Rg } A$

$\alpha: p \times q$ -Matrix

Spaltenrang: $\text{Rg } A =$ maximale Anzahl l.u. Spaltenv.
($\in K^p$)

Zeilenrang: $\text{Rg } A =$ maximale Anzahl l.u. Zeilenv.
($z^T \in K^q$)

Determinantenrang: $\text{Rg } \alpha$:

maximale Anzahl von Zeilen (oder Spalten)
einer quadratischen Untermatrix, deren
Determinante $\neq 0$ ist

Wann ist $\dim A(U) = \dim V$?

$$U \subset V$$

id. Abb.: $v \in U \quad A(v) = v \in V$

Bsp. $U = \{0\}$

$$\dim U = 0$$

$$\dim V > 0$$

$$V = \mathbb{R}[x]$$

Vektorraum der Polynome

$$U = \mathbb{R}[x^2]$$

(nur gerade Exponenten)

$$U \subset V$$

$$U \cong V$$

$$\dim U = \dim V$$

endliche Dimensionen:

$\dim U, \dim V$ endlich

$\Rightarrow \dim A(U)$ endlich

$$\left. \begin{array}{l} W \subseteq V \quad [\text{TR}] \\ \dim W = \dim U \end{array} \right\} \Rightarrow W = V$$

$$\dim A(U) = \dim V \Leftrightarrow A(U) = V \Leftrightarrow A \text{ surjektiv}$$

$$3x \equiv 9 \pmod{11} \quad \bar{3}x = \bar{9} \pmod{11} \text{ in } \mathbb{Z}_{11}$$

$$3x - 9 = 11q_1 \quad q_1 \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{11q_1}{3} + 3$$

$$L = \left\{ x \mid x = \frac{11q_1}{3} + 3; q_1 \in \mathbb{Z} \right\}$$

falsch, weil $x \in \mathbb{Z}!$

$$L = \{ x \mid x = 11k + 3 \}$$

$$x = (\bar{3})_{11}$$

$$q_1 = 3k \quad k = 3q_1$$

$$k = \frac{q_1}{3}$$

$$q_1 = 3k$$