Prüfung aus „Methoden der Optimierung“

(Stoff Sommersemester 2003)

23.06.2003

1. Gegeben sei das folgende LP-Problem:

$$Z = 2x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$
$$x_2 + 3x_3 \leq 3$$
$$-x_1 + x_2 - x_3 \geq 2$$
$$x_1 + x_2 = 4$$
$$x_i \geq 0 \forall i$$

Man löse es mittels Zweiphasen-Methode (sofern es eine Lösung besitzt).

2. Eine Kaufhauskette unterhält in einer Region drei Warenlager mit je 8 Einheiten Kapazität und hat 4 Geschäfte mit wöchentlicher Nachfrage von 5, 5, 4 bzw. 10 Einheiten. Die Transportkosten pro Einheit von den einzelnen Warenlagern zu den einzelnen Geschäften sind durch die folgende Matrix gegeben:

4	5	4	5
6	7	3	2
4	4	9	8

Führen Sie für das obige Transportproblem die ersten zwei Iterationsschritte des α-β-Verfahrens durch.

3. Mittels Verfahren der zulässigen Richtungen lösen Sie das folgende Problem:

$$\min \quad (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2$$

sodass

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

und

$$x_1 \geq 0$$

Als Startbedingung ist $(3, 0)$ zu wählen.

Prüfung zur „Methoden der Optimierung“

Stoff Sommersemester 2002

14.05.2003

1. Gegeben sei das folgende LP-Problem:

$$\begin{gathered} Z = x_1 - x_2 + x_3 \to \max \\ x_2 + 3x_3 \leq 3 \\ -x_1 + x_2 - x_3 \geq 2 \\ x_1 + x_2 = 4 \\ x_i \geq 0 \forall i \end{gathered}$$

   Man löse es mittels Zweiphasen-Methode (sofern es eine Lösung besitzt).

2. Eine Kaufhauskette unterhält in einer Region drei Warenlager mit je 8 Einheiten Kapazität und hat 4 Geschäfte mit wöchentlicher Nachfrage von 5, 5, 4 bzw. 10 Einheiten. Die Transportkosten pro Einheit von den einzelnen Warenlagern zu den einzelnen Geschäften sind durch die folgende Matrix gegeben:

$$\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} & \begin{matrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 5 & 5 & 4 & 10 \end{matrix} & \end{array}$$

   Formulieren Sie dieses Problem als Aufgabe der linearen Optimierung und stellen Sie das zugehörige duale Problem auf. Bestimmen Sie einen Transportplan mit den kleinsten totalen Lieferkosten mittels der Primal-Dual Methode.

3. Mittels Verfahren der zulässigen Richtungen lösen Sie das folgende Problem:

$$\min \ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)$$

   sodass

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

   und

$$x_2 \geq 0$$

   Als Startbedingung ist $(3, 0)$ zu wählen.

x_1 x_2
3 1 −4
2 1 −3
1 −4
2 1 −4
1 −5
0 1 −8
1 −6
0 −9
−1 −14

Prüfung aus Methoden der Optimierung

26.06.2001

1. Lösen Sie das folgende Problem de Linearen Optimierung mittels der Zwei-Phasen Simplex-Methode:

$$\max z = 4x_1 + x_2$$

unter den Nebenbedingungen

$$3x_1 + x_2 = 3$$
$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. Eine Kaufhauskette unterhält in einer Region drei Warenlager mit 15, 25 und 5 Einheiten Kapazität und hat 4 Geschäfte mit wöchentlicher Nachfrage von 5, 15, 15 bzw. 10 Einheiten. Die Transportkosten pro Einheit von den einzelnen Warenlagern zu den einzelnen Geschäften sind durch die folgende Matrix gegeben:

$$\begin{pmatrix} 10 & 0 & 20 & 11 \\ 12 & 7 & 9 & 20 \\ 0 & 14 & 16 & 18 \end{pmatrix}$$

Man bestimme einen Transportplan mit den kleinsten totalen Lieferkosten mittels der Transport-Simplex Methode.

3. Gegeben sei das folgende NLP-problem:

$$Z = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 \rightarrow \min$$
$$-x_1 \leq -1$$
$$x_1 - x_2 \leq 1$$
$$x_2 \leq 4$$
$$-x_2 \leq -1$$

Man wende das Verfahren zulässiger Richtungen mit der Startlösung $(1, 1)$ an, um eine Lösung anzugeben.

4. Lösen Sie eine der folgenden Aufgaben:

   (a) Bestimmen Sie die minimale Tour im asymmetrischen TSP-Problem mittels Branch & Bound-Verfahren:

$$\begin{pmatrix} \infty & 11 & 7 & 3 & 10 \\ 10 & \infty & 0 & 12 & 1 \\ 1 & 4 & \infty & 5 & 7 \\ 3 & 12 & 5 & \infty & 15 \\ 2 & 10 & 0 & 5 & \infty \end{pmatrix}$$

   (b) Es sei das folgende Lineare Optimierungsproblem gegeben:

$$\min w = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5$$

   unter den Nebenbedingungen

$$3y_1 + 2y_2 + y_3 = 1$$
$$5y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 3$$
$$2y_1 + 5y_2 + y_3 + y_5 = 4$$
$$y_1,\ y_2,\ y_3,\ y_4,\ y_5 \geq 0$$

   Wie lautet das zugehörige duale Problem ? Stellen Sie mittels Satz vom komplementären Schlupf fest, ob $y_1 = 0$, $y_2 = 1/2$, $y_3 = 0$, $y_4 = 5/2$ und $y_5 = 3/2$ eine zulässige oder gar optimale Lösung des primalen Problems ist. Wenn das letztere auch der Fall ist, geben Sie zusätzlich die Lösung des dualen Problems an (die Sie sowieso aus dem komplementären Schlupf erhalten).

Methoden der Optimierung

Vorlesungsprüfung

17.5.2001

1. Gegeben sei das folgende LP-Problem:

$$Z = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$
$$x_2 + 3x_3 \leq 3$$
$$-x_1 + x_2 - x_3 \geq 2$$
$$x_1 + x_2 = 6$$
$$x_i \geq 0 \forall i$$

   Man löse es mittels Zweiphasen-Methode. Falls eine Entartung auftreten sollte, geben sie an welche.

2. Gegeben sei das folgende NLP-problem:

$$Z = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \min$$
$$x_1 - 2x_2 \leq 1$$
$$x_1 \leq 1$$
$$-x_1 + 2x_2 \leq 4$$
$$x_1 \geq 0$$

   Man wende das Verfahren zulässiger Richtungen mit der Startlösung $(0, 2)$ an, um eine Lösung anzugeben.

3. Eine Kaufhauskette unterhält in einer Region drei Warenlager mit je 8 Einheiten Kapazität und hat 4 Geschäfte mit wöchentlicher Nachfrage von 5, 5, 4 bzw. 10 Einheiten. Die Transportkosten pro Einheit von den einzelnen Warenlagern zu den einzelnen Geschäften sind durch die folgende Matrix gegeben:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Man bestimme einen Transportplan mit den kleinsten totalen Lieferkosten mittels der Transport-Simplex Methode.

4. Um einen Sessel im Verkaufswert von 45 Euro zu erzeugen, benötigt man 5 Quadratmeter Eichenholz und 10 Mannstunden an Arbeitszeit. Bei einem Tisch (Verkaufswert 80 Euro) kommt man mit 20 Quadratmeter Holz und 15 Mannstunden aus. Wieviele Tische und Sesseln sind bei einem vorgegebenem Lager von 400 Quadrameter Holz und bei zur Verfügung stehenden Arbeitskraft von 450 Mannstunden zu erzeugen, um den Gesamtprofit der Firma zu maximieren. Man stelle das zugehörige Problem der linearen Optimierung auf und löse es geometrisch. Wie lautet das duale Problem? Wie die Bedingungen vom komplementären Schlupf. Überprüfen Sie die Gültigkeit der Bedingungen anhand der Lösung für das primale und das duale Problem.

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!

LVA: METHODEN DER OPTIMIERUNG Preis: 20

Prüfung Methoden der Optimierung

Stoff: SS 2000

25.01.2001 SCHRIFTLICHER TEIL

1. Gegeben sei das folgende LP-Problem:

$$Z = 2x_1 - 3x_2 + x_3 \rightarrow \max$$
$$x_1 - x_2 - x_3 \leq 1$$
$$x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 1$$
$$x_1 - x_2 + 2x_3 = 2$$
$$x_i \geq 0 \forall i$$

   Man löse es mittels Zweiphasen-Methode. (Falls dabei ein Entartungsfall auftritt, gebe man an welcher.) DEGENERATION IM 1. SCHRITT, $x_6 = 0$

2. Eine Kaufhauskette unterhält in einer Region vier Warenlager mit je 8 Einheiten Kapazität und hat 5 Geschäfte mit wöchentlicher Nachfrage von 5, 5, 12 , 6 bzw. 4 Einheiten. Die Transportkosten pro Einheit von den einzelnen Warenlagern zu den einzelnen Geschäften sind durch die folgende Matrix gegeben:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 6 & 7 & 6 \\ 11 & 1 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

   Man bestimme einen Transportplan mit den kleinsten totalen Lieferkosten mittels der Transport-Simplex Methode.

BEISPIEL 1+2: 2,3 SIMPLEXSCHRITTE REICHEN FÜR POSITIVE NOTE BZW. ZULASSUNG FÜR MÜNDLICHE PRÜFUNG (MACHLMANN)

3. Gegeben sei das folgende NLP-problem:

$$Z = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \to \min$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 1$$

$$x_1 \leq 1$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0$$

Man wende das Verfahren zulässiger Richtungen mit der Startlösung $(0, 2)$ an, um eine Lösung anzugeben.

$f_x = \begin{pmatrix} 6 - 2x_1 \\ 6 - 2x_2 \end{pmatrix}$

1 SCHRITT: $g = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ $I = \{3, 4\}$ $s = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ $\mu' = 1$ $\mu'' = \frac{16}{5}$ $\mu = 1$ $X_{neu} = \Big(5/$

2. SCHRITT: $g = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $I = \{2, 3\}$ $s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ FERTIG $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 5/2 \end{pmatrix}$

Methoden der Optimierung

Stoff: SS 2000

12.10.2000

1. Gegeben sei das folgende LP-Problem:

$$Z = x_1 + x_2 + x_3 \to \max$$
$$x_2 + 3x_3 \leq 3$$
$$-x_1 + x_2 - x_3 \geq 2$$
$$x_1 + x_2 = 6$$
$$x_i \geq 0 \forall i$$

$x_3 = 0,1$

$x_3 = 0$ $x_2 = 3$

$x_1 = 3$

Man löse es mittels Zweiphasen-Methode.

2. Eine Kaufhauskette unterhält in einer Region drei Warenlager mit je 8 Einheiten Kapazität und hat 4 Geschäfte mit wöchentlicher Nachfrage von 5, 5, 4 bzw. 10 Einheiten. Die Transportkosten pro Einheit von den einzelnen Warenlagern zu den einzelnen Geschäften sind durch die folgende Matrix gegeben:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Man bestimme einen Transportplan mit den kleinsten totalen Lieferkosten mittels der Transport-Simplex Methode.

3. Um einen Sessel im Verkaufswert von 45 Euro zu erzeugen, benötigt man 5 Quadratmeter Eichenholz und 10 Mannstunden an Arbeitszeit. Bei einem Tisch (Verkaufswert 80 Euro) kommt man mit 20 Quadratmeter Holz und 15 Mannstunden aus. Wieviele Tische und Sesseln sind bei einem vorgegebenem Lager von 400 Quadrameter Holz und bei zur Verfgung stehenden Arbeitskraft von 450 Mannstunden zu erzeugen, um den Gesamtprofit der Firma zu maximieren. Man stelle das zugehörige Problem der linearen Optimierung auf und löse es geometrisch. Wie lautet das duale Problem? Man stelle die Bedingungen vom komplementären Schlupf auf, und bestimme mit deren Hilfe die optimale Lsung des dualen Problems.

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!

LVA: Methoden d. Optimierung VO   Preis: 16,-

1) Gegeben sei folgendes Optimierungsproblem:

$$\text{minimiere } f(\underline{x}) = x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 6x_2$$

unter den Nebenbedingungen

$$x_1 + x_2 \le 3 \qquad (1)$$

$$-2x_1 + x_2 \le 2. \qquad (2)$$

Angenommen, Sie wüßten - aufgrund bestimmter Überlegungen -, daß im Optimalpunkt $\underline{x}^o$, genau die Restriktion (1) aktiv ist (als Gleichung erfüllt). Berechnen Sie $\underline{x}^o$!

2) Lösen Sie das folgende Problem der linearen Programmierung:

$$\text{maximiere } \quad z = x_1 + 4x_2 - x_3$$

unter den Nebenbedingungen

$$x_1 \ge 1$$

$$x_2 + x_3 \le 6$$

$$3x_1 + 2x_2 = 15$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0.$$

Wie lautet die Lösung des dualen Problems? Wie müßte sich der Koeffizient in der Zielfunktion bei x_3 ändern, sodaß diese Variable eine Basisvariable wird?

3) Lösen Sie das folgende Transportproblem:

i \ j					a_i
	11	11	15	20	4
c_{ij} =	14	14	12	10	6
	15	16	13	12	8
b_j	3	6	4	5	

4) Die Anbaufläche betrage 100 ha, angebaut werden sollen zwei verschiedene Weizensorten. Die aufzubringenden Materialkosten seien 90 DM pro ha bei Weizensorte 1 und 60 DM pro ha bei Weizensorte 2. Für diese Investitionen stehen 7200 DM zur Verfügung. Die Weizensorte 1 bringe unter normalen Wetterbedingungen 80 % mehr Ertrag als Sorte 2, reagiert jedoch wesentlich empfindlicher auf ungünstige Witterungseinflüsse. Aus diesem Grund sollen nicht mehr als 60 % der Anbaufläche mit dieser Sorte eingesät werden. Der geerntete Weizen erzielt den gleichen Preis auf dem Markt. Zeigen Sie mittels des Gleichgewichtstheorems und des Optimalitätskriteriums, daß die optimale Lösung für dieses Problem lautet: es werden 60 ha von der Weizensorte 1 und 30 ha von der Weizensorte 2 angebaut.

FACHSCHAFT (VO) Juni 98

Prüfung aus: "METHODEN DER OPTIMIERUNG"

.... Name	.... Vorname	.... Matr.Nr.	...... Kennz.

(A)

1. Gegeben sei das folgende Problem der linearen Programmierung:

$$\text{minimiere } z(\underline{x}) = 6x_1 + 4x_2 + 7x_3$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} x_1 \qquad + 3x_3 &\geqq 5 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 &\geqq 2 \\ -x_1 + x_2 \qquad &\geqq 1 \\ x_1, x_2, x_3 &\geqq 0 \end{aligned}$$

(i) Bestimmen Sie die Lösung dieses Problems, indem Sie das duale Problem lösen.

(ii) Geben Sie die inverse Basis an!

(iii) Was verstehen Sie unter einer Basislösung? Zeigen Sie, daß die optimale Lösung eine Basislösung ist!

(iv) Illustrieren Sie anhand dieses Beispiels das Gleichgewichtstheorem (Satz vom komplementären Schlupf) und das Optimalitätskriterium aus der Dualitätstheorie!

(v) Ist die gefundene optimale Lösung die einzige? Begründen Sie Ihre Antwort!

2. Mittels Verfahren der zulässigen Richtungen lösen Sie das folgende NLP-Problem:

$$(x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 \to \min$$

sodaß

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 1 \\ x_1 - x_2 &\leq 1 \\ x_2 &\geq 1 \\ x_2 &\leq 4 \end{aligned}$$

Als Startlösung ist (1, 1) zu wählen.

3. Eine Brauerei unterhält in einer Region drei Brauereien mit den Kapazitaten 800, [illegible] und [illegible] Einheiten und hat vier Großmärkte mit wochentlicher Nachfrage von 700, 250, 500 und 100 Einheiten zu beliefern. Die Transportkosten pro Einheit von den einzelnen Brauereien (BR) zu den einzelnen Großmärkten (GM) sind in folgender Tabelle angegeben

	GM 1	GM 2	GM 3	GM 4
BR 1	8	3	3	8
BR 2	6	5	5	4
BR 3	2	2	3	5

Es soll ein Transportplan mit den kleinsten totalen Lieferkosten bestimmt werden.

i. Ist die gefundene optimale Lösung die einzige Optimallösung?

ii. Hat dieses Problem die Eigenschaft "mehr für weniger"?

4. Lösen Sie das folgende Problem

$$\text{maximiere } x_1 + x_2$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &\leq 8 \\ 3x_1 - 4x_2 &\leq 12 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \quad \text{und ganzzahlig} \end{aligned}$$

(mit der Branch-and Bound-Methode)

Prüfung aus: "METHODEN DER OPTIMIERUNG" Juni 98

Name	Vorname	Matr.Nr.	Kennz.

(G)

Gegeben sei das folgende Problem der linearen Programmierung:

minimiere $z(\underline{x}) = 2x_1 + 5x_2 + 6x_3$

uner den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + x_3 &\geq 5 \\ 3x_2 + 2x_3 &\geq 7 \\ x_1 + x_2 &\geq 3 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

(i) Bestimmen Sie die Lösung dieses Problems, indem Sie das duale Problem lösen.

(ii) Geben Sie die inverse Basis an!

(iii) Was verstehen Sie unter einer Basislösung? Zeigen Sie, daß die optimale Lösung eine Basislösung ist!

(iv) Illustrieren Sie anhand dieses Beispiels das Gleichgewichtstheorem (Satz vom komplementären Schlupf) und das Optimalitätskriterium aus der Dualitätstheorie!

(v) Ist die gefundene optimale Lösung die einzige? Begründen Sie Ihre Antwort!

Gegeben sei das folgende NLP-Problem:

$$\begin{aligned} Z = x_1^2 + (x_2 - 3)^2 &\to \min \\ x_1 &\leq 4 \\ x_2 &\geq 0 \\ -x_1 + x_2 &\leq 1 \\ x_1 + x_2 &\leq 5 \end{aligned}$$

Man führe 2 Iterationsschritte des Verfahrens der zulässigen Richtungen mit Startlösung (0,0) durch.

Wie erkennt man die Optimalität einer Lösung?

Können allgemein bei der Anwendung des Verfahrens auch innere Punkte des Bereiches der zulässigen Lösungen durchlaufen werden? Muß die optimale Lösung eines NLP-Problems ein Eckpunkt sein?

3. In einer Region gibt es 3 Reifenfachgeschäfte (RF), bei denen wöchentlich 8, 6 bzw. 5 Zentner Altreifen anfallen. Eine Firma sammelt diese Reifen und verwendet sie zur Erzeugung von Schallschutzwänden. Dies geschieht in 4 Fabriken, die wöchentlich 3, 4, 5 bzw. 7 Zentner verarbeiten können. Die Transportkosten pro Zentner von den einzelnen Reifenfachgeschäften (RF) zu den diversen Fabriken (F) sind in folgender Tabelle angegeben:

	F1	F2	F3	F4
RF1	8	1	1	7
RF2	1	2	2	2
RF3	8	1	2	8

a) Man bestimme eine zulässige Ausgangsbasislösung.

b) Man bestimme einen Transportplan mit den kleinsten totalen Lieferkosten mittels der Transport-Simplex Methode

c) Ist [illegible] optimale Lösung eindeutig [illegible]

d) Sind die dualen Variablen u_i und v_j eindeutig bestimmt?

4.

$$\max \; x_1 + 3x_2$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 &\leq 7 \\ 2x_2 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ x_1, x_2 &\text{ ganzzahlig} \end{aligned}$$

Lösen Sie das Problem mit der Branch-and Bound-Methode!

A.

Prüfung aus METHODEN DER OPTIMIERUNG

30.06.1995

Gruppe G

1) Lösen Sie das folgende Problem der linearen Programmierung:

maximiere $z(\underline{x}) = x_1 + x_2 - 2x_3$

unter den Nebenbedingungen

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \le 1$$
$$x_1 + x_2 - x_3 \ge 3$$
$$x_2 - x_3 = 2$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0.$$

Wie lautet die Lösung des dualen Problems?

2) Eine Verarbeitungsfirma hat 350 kg Rohtabak in 2 Sorten auf Lager. Von Sorte I hat sie 150 kg, von Sorte II 200 kg. Der Preis für Sorte I beträgt 170 öS je kg, für Sorte II 100 öS je kg. Die Firma will aus den beiden Tabaksorten eine Mischung herstellen und diese zum Preis von 150 öS je kg verkaufen. Damit die Mischung die gewünschte Qualität hat, muß sie mindestens 50 % Tabak von Sorte I enthalten.

Zeigen Sie mittels des Gleichgewichtstheorems und des Optimalitätskriteriums aus der Dualitätstheorie, daß die optimale Mischung aus 150 kg von Sorte I und 150 kg von Sorte II besteht. Die Zielfunktion ist die Gewinnmaximierung.

Prüfung: "METHODEN DER OPTIMIERUNG"

Name	Vorname	Matr.Nr.	Kennz.
....	....	....	....

1) Lösen Sie das folgende Problem der linearen Programmierung:

maximiere $z = x_1 + 4x_2 - x_3$

unter den Nebenbedingungen

$$x_1 \ge 1$$
$$x_2 + x_3 \le 6$$
$$3x_1 + 2x_2 = 15$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0.$$

Wie lautet die Lösung des dualen Problems? Wie müßte sich der Koeffizient in der Zielfunktion bei x_3 ändern, sodaß diese Variable eine Basisvariable wird?

2) Die Anbaufläche betrage 100 ha, angebaut werden sollen zwei verschiedene Weizensorten. Die aufzubringenden Materialkosten seien 90 DM pro ha bei Weizensorte 1 und 60 DM pro ha bei Weizensorte 2. Für diese Investitionen stehen 7200 DM zur Verfügung. Die Weizensorte 1 bringe unter normalen Wetterbedingungen 80 % mehr Ertrag als Sorte 2, reagiert jedoch wesentlich empfindlicher auf ungünstige Witterungseinflüsse. Aus diesem Grund sollen nicht mehr als 60 % der Anbaufläche mit dieser Sorte eingesät werden. Der geerntete Weizen erzielt den gleichen Preis auf dem Markt. Zeigen Sie mittels des Gleichgewichtstheorems und des Optimalitätskriteriums, daß die optimale Lösung für dieses Problem lautet: es werden 60 ha von der Weizensorte 1 und 30 ha von der Weizensorte 2 angebaut.

3) Gegeben Sie folgendes Optimierungsproblem:

minimiere $f(\underline{x}) = x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 - 6x_1 - 24x_2$

unter den Nebenbedingungen

$$x_1 + x_2 \le 8 \qquad (1)$$
$$5x_1 - 2x_2 \le 9 \qquad (2)$$

Angenommen, Sie wüßten - aufgrund bestimmter Überlegungen - daß im Optimalpunkt $\underline{x}^o$ genau die erste Restriktion aktiv ist (als Gleichung erfüllt).

Berechnen Sie mittels der Kuhn-Tucker Bedingungen $\underline{x}^o$!

1.

Prüfung: "METHODEN DER OPTIMIERUNG"

....	....	....	....
Name	Vorname	Matr.Nr.	Kennz.

1) Ein Landwirt hat 100 ha Land, das er mit Mais und/oder Zuckerrüben bepflanzen will. Die Anbaukosten betragen 10 Geldeinheiten (GE) pro ha für Mais und 20 GE pro ha für Zuckerrüben. Die notwendige Feldarbeit beträgt 1 Arbeitstag pro ha bei Mais und 3 Arbeitstage pro ha bei Zuckerrüben. Der Landwirt kann 150 Arbeitstage einsetzen und nicht mehr als 1.200 GE ausgeben. Der Gewinn pro ha beläuft sich auf 40 GE pro ha Mais und 80 GE pro ha Zuckerrüben. Auf Grund der erwarteten Erträge pro ha und abgeschlossenen Verträge soll der Landwirt mindestens 70 % der Anbaufläche für Mais beanspruchen. In welchem Umfang müssen Mais und Zuckerrüben angebaut werden, um einen möglichst großen Gewinn zu erzielen? Lösen Sie das Problem graphisch und mit der Simplex-Methode. Vergleichen Sie die einzelnen Simplex-Schritte mit der graphischen Darstellung. Geben Sie alle Basislösungen an.

Wie lautet die duale Lösung.

2.

$$4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 5$$

$$3x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

x_1, x_2 ganzzahlig.

Lösen Sie das Problem mit dem Branch & Bound-Verfahren.

3) Eine Verarbeitungsfirma hat 250 kg Rohtabak in 2 Sorten auf Lager. Von Sorte I hat sie 150 kg, von Sorte II 100 kg. Der Preis für Sorte I beträgt 170 öS je kg, für Sorte I 100 öS je kg. Die Firma will aus den beiden Tabaksorten eine Mischung herstellen und diese zum Preis von 150 öS je kg verkaufen. Damit die Mischung die gewünschte Qualität hat, muß sie mindestens 50 % Tabak von Sorte I enthalten.

Zeigen Sie mittels des Gleichgewichtstheorems und des Optimalitätskriteriums aus der Dualitätstheorie, daß die optimale Mischung aus 100 kg von Sorte I und 100 kg von Sorte II besteht. Die Zielfunktion ist die Gewinnmaximierung.

4) Mittels Verfahren der zulässigen Richtungen lösen Sie das folgende Problem:

$$\text{minimiere} \quad f_o(\underline{x}) = (x_1-7)^2 + (x_2-7)^2$$

sodaß

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0.$$

Muß die optimale Lösung eines NLP-Problems ein Eckpunkt sein?

D.

Prüfung: "METHODEN DER OPTIMIERUNG"

....	....	....	....
Name	Vorname	Matr.Nr.	Kennz.

1) Lösen Sie das folgende Handlungsreisendenproblem mittels Branch & Bound (Zuordnungsproblem als Hilfsproblem):

∞	2	6	5	3	2	1	0
10	∞	5	12	12	8	10	11
5	12	∞	11	8	12	3	11
11	9	10	∞	1	9	8	10
11	11	9	4	∞	2	10	9
12	8	5	2	11	∞	11	9
10	11	12	10	9	12	∞	3
7	10	10	10	6	3	1	∞

2) Ein Konzern betreibt in einem Entwicklungsland eine 3 ha große Plantage, und weiß, daß er in 3 Jahren enteignet wird. Das Land bietet an, zu Beginn jedes Jahres maximal 1 ha zurückzukaufen, und zwar im ersten um 3 GE, im zweiten um 2 GE und im dritten um eine GE. Der Betrieb der Plantage führt zu einem Gewinn von 2 GE pro ha und Jahr. Mittels Dynamischer Optimierung soll ermittelt werden, wieviele ha zu Beginn jedes Jahres verkauft, bzw. bebaut werden sollen.

3) Lösen Sie das folgende Problem der linearen Programmierung:

$$\text{maximiere} \quad z(\underline{x}) = -2x_1 + x_2 + 2x_3$$

unter den Nebenbedingungen

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 3$$

$$x_2 + x_3 = 2$$

$$x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0, \ x_3 \geq 0.$$

Wie lautet die Lösung des dualen Problems?

4) Mittels Verfahren der zulässigen Richtungen lösen Sie das folgende NLP-Problem:

$$\text{minimiere} \quad (x_1-5)^2 + (x_2-5)^2$$

sodaß

$$x_1 \geq 1$$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_2 \geq 1$$

$$x_2 \leq 4$$

Als Startlösung ist (1,1) zu wählen.

Muß die optimale Lösung eines NLP-Problems ein Eckpunkt sein?

Methoden der Optimierung

Gruppe A

30.6.1994

1. Lösen Sie das folgende Problem der linearen Programmierung:

$$Z = -x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$
$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 0$$
$$x_2 \geq 1$$
$$-x_1 + x_2 + x_3 = 2$$
$$x_i \geq 0 \forall i$$

2. Mittels Verfahren der zulässigen Richtungen lösen Sie das folgende NLP-Problem:

$$(x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 \rightarrow \min$$

sodaß

$$x_1 \geq 1$$
$$x_1 - x_2 \leq 1$$
$$x_2 \geq 1$$
$$x_2 \leq 4$$

Als Startlösung ist $(1, 1)$ zu wählen.

3. Ein Unternehmen hat vier Vertreter, die in vier verschiedenen geographischen Gebieten eingesetzt werden können. Es hängt von der Anzahl der in einem Gebiet tätigen Vertreter ab, wie groß der Ertrag ihrer T2atigkeit ist. Bezeichnet man das geographische Gebiet mit n und die Anzahl der Vertreter mit x_n, so lassen sich die verschiedenen Erträge in folgender Tabelle darstellen:

	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
$x_n = 0$	0	0	0	0
$x_n = 1$	45	41	25	33
$x_n = 2$	78	65	50	48
$x_n = 3$	102	80	73	56
$x_n = 4$	123	88	90	60

Man ermittle die ertragsmaximale Zuteilung der Vertreter auf die verschiedenen Gebiete mittels Dynamischer Optimierung.

4.

Eine Möbelfirma benötigt mindestens

200 Kunststoffplatten der Größe 150 cm x 150 cm (Format A),
300 Kunststoffplatten der Größe 200 cm x 110 cm (Format B),
100 Kunststoffplatten der Größe 250 cm x 150 cm (Format C).

Der Lieferant stellt nur Platten in der Einheitsgröße 200 cm x 520 cm her. Deshalb muß die Möbelfirma die Platten selbst zuschneiden. Dieses Zuschneiden soll nach den folgenden Plänen erfolgen (Bild 2).

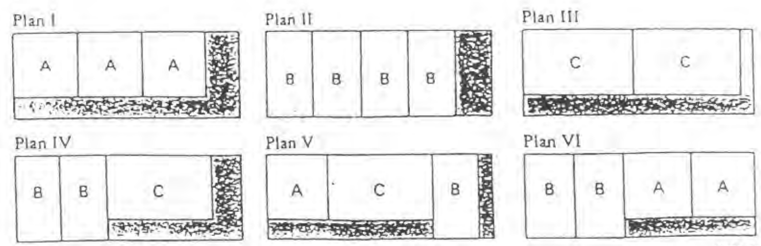


Bild 2

Der Zuschnitt soll so erfolgen, daß möglichst wenig Abfall entsteht. Die Anzahl der zu bestellenden Platten soll also möglichst gering sein.

Zeigen Sie mittels der Dualitätstheorie, daß der optimale Zuschnitt wie folgt erfolgen soll: 25 Platten nach dem Plan II, 50 Platten nach dem Plan III und 100 Platten nach dem Plan VI.

Methoden der Optimierung

Gruppe B

30.6.1994

1. Lösen Sie mittels Simplex-Verfahren das folgende Problem der linearen Programmierung:

$$Z = 2x_1 + x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$$
$$-x_1 + x_2 = 2$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 1$$
$$x_i \geq 0 \forall i$$

2. Mittels Verfahren der zulässigen Richtungen lösen Sie das folgende NLP-Problem:

$$(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 1)^2 \rightarrow \min$$

sodaß

$$x_1 + x_2 \leq 3$$
$$x_1 - x_2 \geq 0$$
$$x_2 \leq 1$$
$$x_2 \geq 0$$

Als Startlösung ist $(0, 0)$ zu wählen.

3. Ein Besitzer von 3 Gemüsegeschäften hat 5 Kisten Erdbeeren zur Verfügung. Die erwarteten Erträge bei Zuteilung von x Kisten an die einzelnen Geschäfte (Index: i) sind wie folgt geschätzt worden:

	$i=1$	$i=2$	$i=3$
$x=0$	0	0	0
$x=1$	3	6	4
$x=2$	7	10	6
$x=3$	10	11	11
$x=4$	12	11	12
$x=5$	13	11	12

Mittels dynamischer Optimierung ist die optimale Zuteilung der 5 Kisten auf die 3 Geschäfte zu ermitteln.

4. Eine Verarbeitungsfirma hat 350 kg Rohtabak in 2 Sorten auf Lager. Von Sorte I hat sie 150 kg, von Sorte II 200 kg. Der Preis für Sorte I beträgt 170 ÖS je kg, für Sorte II 100 ÖS je kg. Die Firma will aus beiden Sorten eine Mischung herstellen und diese zum Preis von ÖS 150 je kg verkaufen. Damit die Mischung die gewünschte Qualität hat, muß sie mindestens 50 Prozent Tabak von Sorte I enthalten.

Zeigen Sie mittels des Gleichgewichtstheorems und des Optimalitätskriteriums aus der Dualitätstheorie, daß die optimale Mischung aus 150 kg der Sorte I und 150 kg der Sorte II besteht. Die Zielfunktion ist die Gewinnmaximierung.

METHODEN DER OPTIMIERUNG 27.3.95

1) Ein Landwirt hat 100 ha Land, das er mit Mais und/oder Zuckerrübe bepflanzen will. Die Anbaukosten betragen 10 Geldeinheiten (GE) pro ha für Mais und 20 GE pro ha für Zuckerrübe. Die notwendige Feldarbeit beträgt 1 Arbeitstag pro ha bei Mais und 3 Arbeitstage pro ha bei Zuckerrübe. Der Landwirt kann 150 Arbeitstage einsetzen und nicht mehr als 1.200 GE ausgeben. Der Gewinn pro ha beläuft sich auf 40 GE pro ha Mais und 80 GE pro ha Zuckerrübe. Auf Grund der erwarteten Erträge pro ha und abgeschlossenen Verträge soll der Landwirt mindestens 70 % der Anbaufläche für Mais beanspruchen.

In welchem Umfang müssen Mais und Zuckerrübe angebaut werden, um einen möglichst großen Gewinn zu erzielen? Lösen Sie das Problem graphisch und mit der Simplex-Methode. Vergleichen Sie die einzelnen Simplex-Schritte mit der graphischen Darstellung. Geben Sie alle Basislösungen an.
Wie lautet die duale Lösung?

2. minimiere $z(\underline{x}) = 2x_1 + 3x_2$

sodass

$$2x_1 - x_2 - x_3 \geqq 3$$
$$x_1 - x_2 + x_3 \geqq 2$$

$$x_j \geqq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$$

Bestimmen Sie die Lösung dieses Problems, wenn Sie wissen, daß die optimale Lösung des dualen Problems lautet, $y_1^0 = 2/3$ und $y_2^0 = 2/3$.

Lösen Sie das folgende Transportproblem,

					a_i
	11	11	15	20	4
	14	14	12	10	6
	15	16	13	12	8
b_j	3	6	4	5	

Mittels Verfahren der zulässigen Richtungen lösen Sie das folgende NLP – Problem,

minimiere $(x_1-3)^2 + (x_2-1)^2$

sodaß

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1 - x_2 \geq 0$$

$$x_2 \leq 1$$

$$x_2 \geq 0$$

$\underline{x}^0 = (0, 0)$

Name:	Matr.Nr.:	Kenn.Nr.:

OR FÜR INFORMATIKER (15.3.93)

1. Gegeben sei das folgende LP-Problem

$$\begin{aligned} z = 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 &\rightarrow \max \\ x_2 - x_3 &\leq 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 &\geq 1 \\ -x_1 - x_2 + x_3 &= 2 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

a) Man löse es mittels der **2 Phasen-Simplex** oder der Groß-M-Methode. Falls dabei ein Entartungsfall auftritt, gebe man an, welcher. *(80%)*

b) Wozu dienen die künstlichen Variablen bzw. wieso kann man nicht ohne sie auskommen? *(20%)*

---

2. Gegeben sei das folgende NLP-Problem:

$$\begin{aligned} z = (x_1 - 4)^2 + (x_2 + 1)^2 &\rightarrow \min \\ x_1 + x_2 &\leq 5 \\ x_1 - x_2 &\leq 1 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\leq 4 \end{aligned}$$

a) Man führe 2 Iterationsschritte des Verfahrens der zulässigen Richtungen mit Startlösung (0,0) durch. *(80%)*

b) Wie erkennt man die Optimalität einer Lösung? *(10%)*

c) Können allgemein bei der Anwendung des Verfahrens auch innere Punkte des Bereiches der zulässigen Lösungen durchlaufen werden? Muß die optimale Lösung eines NLP-Problems ein Eckpunkt sein? *(10%)*

---

3. In einer Region gibt es 3 große Reifenfachgeschäfte (RF), bei denen wöchentlich 6, 8 bzw. 5 Zentner Altreifen anfallen. Eine Firma sammelt diese Reifen und verwendet sie zur Erzeugung von Schallschutzwänden. Dies geschieht in 4 Fabriken, die wöchentlich 3, 4, 5 bzw. 7 Zentner verarbeiten können. Die Transportkosten pro Zentner von den einzelnen Reifenfachgeschäften (RF) zu den diversen Fabriken (F) sind in folgender Tabelle angegeben:

	F1	F2	F3	F4
RF1	4	3	2	1
RF2	2	3	4	5
RF3	6	7	8	9

a) Man bestimme eine zulässige Ausgangsbasislösung. *(20%)*

b) Man bestimme einen **Transportplan** mit den kleinsten totalen Lieferkosten mittels der Transport-Simplex Methode. *(50%)*

c) Ist die erhaltene optimale Lösung eindeutig bestimmt? Wenn nein, ermittle man eine weitere optimale Basislösung. *(20%)*

d) Sind die dualen Variablen u_i und v_j eindeutig bestimmt? *(10%)*

Beispiel 4 auf der Rückseite!

	1	2	3	4		S	G
Punkte					Note		

---

4. Ein Geschäftsmann will sein Bestechungsbudget von 4 Millionen (Mio) S optimal einsetzen. Als Empfänger von Geldbeträgen (in ganzen Mio) kommen folgende Personen in Frage: ein Staatsanwalt (ST), ein Minister (M) sowie ein Parteisekretär (PS). Der erwartete zukünftige Nutzen durch Freundschaftsdienste der Beschenkten wird vom Geschäftsmann wie folgt eingeschätzt, wobei die folgende Tabelle den Nutzen bei Überreichung eines Koffers mit x_n Mio S an Person n angibt.

Anzahl		x_n	0	1	2	3	4
	ST	1	0	20	30	45	55
Person	M	n=2	0	30	40	50	50
	PS	3	0	10	30	45	55

Es ist jene Zuteilung der 4 Mio S an die 3 Personen zu ermitteln, für die die Summe des erwarteten Nutzens maximal wird.

a) Man erläutere, wieso sich dieses Problem mittels Dynamischer Optimierung lösen läßt und was in diesem Falle die Stufen, Zustände und Entscheidungen sind. *(10%)*

b) Wie lautet die Zustands(transformations)gleichung in diesem Beispiel? *(10%)*

c) Was besagt die Bellmannsche Rekursionsgleichung und wie lautet sie in diesem Beispiel? *(10%)*

d) Man löse das Problem mittels **Dynamischer Optimierung**. *(70%)*

Bitte neue Angaben bringen

Name:	Matr.Nr.:	Kenn.Nr:

OR FÜR INFORMATIKER (16.10.92) B

1. Gegeben sei das folgende LP-Problem

$$
\begin{aligned}
z = 2x_1 + x_2 - 2x_3 &\rightarrow \max \\
-x_1 \quad x_2 \quad &= 1 \\
x_1 + x_2 - 2x_3 &\geq 5 \\
x_1 \quad + x_3 &\leq 4 \\
x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 &\geq 0
\end{aligned}
$$

a) Man löse es mittels der **2 Phasen-Simplex** oder der Groß-M-Methode. *(80%)*

b) Können bei der Simplexmethode Zyklen auftreten? Wenn ja, wann kann das nur passieren? *(20%)*

---

2. Eine Kaufhauskette unterhält in einer Region drei Warenlager mit je 8 Einheiten Kapazität und hat vier Geschäfte mit wöchentlicher Nachfrage von 9, 4, 5 bzw 6 Einheiten. Die Transportkosten pro Einheit von den einzelnen Warenlagern (WL) zu den einzelnen Geschäften (G) sind in folgender Tabelle angegeben.

	G1	G2	G3	G4
WL1	9	5	1	1
WL2	2	2	2	2
WL3	2	1	2	1

a) Man bestimme eine zulässige Ausgangsbasislösung. *(20%)*

b) Man bestimme einen **Transportplan** mit den kleinsten totalen Lieferkosten mittels der Transport-Simplex Methode. *(60%)*

c) Ist die optimale Lösung eindeutig bestimmt? Wie erkennt man dies? Wenn sie nicht eindeutig bestimmt ist, bestimme man eine weitere optimale Lösung? *(20%)*

---

3. Gegeben sei das folgende NLP-Problem:

$$
\begin{aligned}
z = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 5)^2 &\rightarrow \min \\
x_1 + x_2 &\leq 4 \\
x_1 &\geq 0 \\
x_2 &\geq 0 \\
x_1 - 2x_2 &\leq 1
\end{aligned}
$$

a) Man führe 2 Iterationsschritte des Verfahrens der zulässigen Richtungen mit Startlösung (0,0 durch. *(80%)*

b) Man zeige die Optimalität der Lösung (1,3). *(10%)*

c) Mit welchen Teil des Simplexiteratiosschrittes ist die Bestimmung der Schrittweite μ' vergleichbar? *(10%)*

Beispiel 4 auf der Rückseite!

	1	2	3	4	Summe
Punkte					

---

4. Ein Team aus 4 Journalisten will durch Aufdeckung von Politikerkorruption zu Starjournalisten werden. Als mögliche Opfer sind vier Politiker zur Beschattung ausgewählt worden. Die folgende Tabelle gibt den erwarteten Gewinn durch Entdeckung und Veröffentlichung von Skandalen an, wenn Politiker n durch x_n Journalisten beschattet wird:

Anzahl x_n	0	1	2	3	4
Politiker n = 1	0	2	4	6	8
2	0	0	6	6	7
3	0	3	4	5	6
4	0	4	4	4	4

a) Mittels **Dynamischer Optimierung** ist das Problem zu lösen. Ein bloßes Hinschreiben der offensichtlichen Lösung genügt nicht! *(70%)*

b) Man erläutere, was in diesem Falle die Stufen, Zustände und Entscheidungen sind. *(30%)*

OR FÜR INFORMATIKER (20.3.92)

Name:	Matr.Nr.:	Kenn.Nr:

1. Gegeben sei das folgende LP-Problem

$$\begin{aligned} Z = 2x_1 + 3x_2 + x_3 &\rightarrow \max \\ x_1 - x_2 + x_3 &\leq 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 &\geq 1 \\ -x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

a) Man löse es mittels der **2 Phasen-Simplex** oder der Groß-M-Methode. Falls dabei ein Entartungsfall auftritt, gebe man an, welcher.

b) Wozu dienen die künstlichen Variablen bzw. wieso kann man nicht ohne sie auskommen?

2. Gegeben sei das folgende NLP-Problem:

$$\begin{aligned} Z = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3) &\rightarrow \min \\ x_1 - 2x_2 &\leq 0 \\ x_1 &\leq 2 \\ -x_1 + 2x_2 &\leq 6 \\ x_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

a) Man führe 2 Iterationsschritte des Verfahrens der zulässigen Richtungen mit Startlösung (0,0) durch.

b) Wie erkennt man die Optimalität einer Lösung?

c) Können allgemein bei der Anwendung des Verfahrens auch innere Punkte des Bereiches der zulässigen Lösungen durchlaufen werden? Muß die optimale Lösung eines NLP-Problems ein Eckpunkt sein?

3. Eine Baufirma hat 3 Steinbrüche in denen pro Tag 7, 5 bzw. 5 Tonnen Schotter abgebaut werden können. Daraus sollen 4 Baustellen beliefert werden, bei denen pro Tag 3, 3, 7 bzw. 4 Tonnen Schotter benötigt werden. Die Transportkosten pro Tonne von den einzelnen Steinbrüchen (S) zu den diversen Baustellen (B) sind in folgender Tabelle angegeben:

	B1	B2	B3	B4
S1	8	1	1	7
S2	1	2	2	2
S3	8	1	1	8

a) Man bestimme einen **Transportplan** mit den kleinsten totalen Lieferkosten mittels der Transport-Simplex Methode.

b) Wenn man dieses Transportproblem als (großes) LP-Problem formulieren würde, wieviele Variablen und Nebenbedingungen hätte dieses?

c) Besitzt jedes Transportproblem eine optimale Lösung?

Beispiel 4 auf der Rückseite!

	1	2	3	4		S	G
Punkte					Note		

4. Ein Geschäftsmann will sein Bestechungsbudget von 3 Millionen (Mio) S optimal einsetzen. Als Empfänger von Geldbeträgen (in ganzen Mio) kommen folgende Personen in Frage: ein Staatsanwalt (ST), ein Minister (M), ein Staatssekretär (SS) sowie ein Parteisekretär (PS). Der erwartete zukünftige Nutzen durch Freundschaftsdienste der Beschenkten wird vom Geschäftsmann wie folgt eingeschätzt, wobei die folgende Tabelle den Nutzen bei Überreichung eines Koffers mit x_n Mio S an Person n angibt.

Anzahl		x_n	0	1	2	3
	ST	1	0	15	30	45
Person	M	n=2	0	30	40	50
	SS	3	0	20	35	45
	PS	4	0	15	30	45

a) Mittels **Dynamischer Optimierung** ist jene Zuteilung der 3 Mio S an die 4 Personen zu ermitteln, für die die Summe des erwarteten Nutzens maximal wird.

b) Man erläutere, was in diesem Falle die Stufen, Zustände und Entscheidungen sind.

Prüfung aus O.R. für Informatiker
am 26.6.1991

Name **Vorname** **Matrikelnummer**

Mittels **2-Phasen Simplex Methode** löse man das folgende LP-Problem:

$$
\begin{aligned}
Z &= 2x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max \\
&x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 2 \\
&2x_2 + 2x_3 = 2 \\
&x_1 - x_3 \geq 1 \\
&x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

Mittels **Verfahren der zulässigen Richtungen** löse man das folgende NLP-Problem:

$$
\begin{aligned}
&(x_1 - 5)^2 + x_2^2 \rightarrow \min \\
&x_1 - x_2 \geq 0 \\
&x_1 - x_2 \leq 1 \\
&x_1 \leq 3 \\
&x_2 \geq 1
\end{aligned}
$$

Als Startlösung ist $(1,1)$ zu wählen.

Eine Kaufhauskette unterhält in einer Region drei Warenlager mit je 8 Einheiten Kapazität und hat vier Geschäfte mit wöchentlicher Nachfrage von 10, 4, 5 bzw 5 Einheiten. Die Transportkosten pro Einheit von den einzelnen Warenlagern (WL) zu den einzelnen Geschäften (G) sind in folgender Tabelle angegeben.

	G 1	G 2	G 3	G 4
WL 1	7	5	1	1
WL 2	2	2	2	2
WL 3	2	1	2	1

Es soll ein **Transportplan** mit den kleinsten totalen Lieferkosten bestimmt werden.

Ein Blumenhandlung besitzt 3 Blumengeschäfte und versucht 5 wertvolle und kurzlebige Pflanzen optimal auf diese aufzuteilen. Die geschätzte Nachfrage bis zum Verwelken der Pflanzen ist bei jedem Geschäft unterschiedlich. Die folgende Tabelle gibt den erwarteten Gewinn bei Zuteilung von x_n Pflanzen an Geschäft n an:

Pflanzen x_n	0	1	2	3	4	5
Geschäft n=1	0	3	4	9	12	15
Geschäft n=2	0	2	5	9	14	16
Geschäft n=3	0	5	9	12	14	15

Mittels **Dynamischer Optimierung** ist jene Zuteilung der 5 Pflanzen an die 3 Geschäfte zu ermitteln, für die die Summe des erwarteten Gewinnes maximal wird.

Prüfung aus O.R. für Informatiker
am 31.1.1990

Name	Vorname	Matrikelnummer

Mittels **2-Phasen Simplex Methode** löse man das folgende LP-Problem:

$$
\begin{aligned}
Z &= -x_1 + 2x_2 + x_3 \quad \rightarrow \quad \max \\
& 2x_1 + x_2 = 1 \\
& -x_1 + x_3 \geq 2 \\
& 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 9 \\
& x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

Mittels **Verfahren der zulässigen Richtungen** löse man das folgende NLP-Problem:

$$
\begin{aligned}
& (x_1 - 5)^2 + x_2^2 \quad \rightarrow \quad \min \\
& x_1 - x_2 \leq 1 \\
& x_1 \geq 1 \\
& x_2 \geq 1 \\
& x_2 \leq 4
\end{aligned}
$$

Als Startlösung ist $(1,1)$ zu wählen.

Eine Baufirma hat 3 Steinbrüche in denen pro Tag 4, 5 bzw. 9 Tonnen Schotter abgebaut werden können. Daraus sollen 4 Baustellen beliefert werden, bei denen pro Tag 2, 4, 4 bzw. 8 Tonnen Schotter benötigt werden. Die Transportkosten pro Tonne von den einzelnen Steinbrüchen (SB) zu den diversen Baustellen sind in folgender Tabelle angegeben:

	Baustelle 1	Baustelle 2	Baustelle 3	Baustelle 4
SB 1	4	4	1	1
SB 2	1	1	1	3
SB 3	2	3	4	5

Es soll ein **Transportplan** mit den kleinsten totalen Lieferkosten bestimmt werden.

Ein Student hat in 5 Wochen 3 Prüfungen (fast zur gleichen Zeit) und möchte die verbleibende Zeit optimal zum Lernen nützen. Abhängig von den erreichten Leistungen zahlen seine Eltern eine Prämie von $100 * (5 - \text{Note})$ pro Prüfung. Nach Rücksprache mit höhersemestrigen Studenten hat der Student folgende Tabelle erstellt, die die erwartete Prämie angibt, die er für die Note bei Prüfung n erhält, wenn er x_n Wochen dafür lernt:

Wochen x_n	0	1	2	3	4	5
1	0	100	200	300	400	400
Prüfung n=2	0	0	0	100	300	400
3	0	0	200	200	400	400

Mittels **Dynamischer Optimierung** ist zu ermitteln, wieviele Wochen er für jede Prüfung lernen soll, damit die Summe der Prämien maximal wird.

Bitte neue Angaben bringen

GRUPPE C

Prüfung aus O.R. für Informatiker
am 31.1.1990

Name Vorname Matrikelnummer

Mittels **2-Phasen Simplex Methode** löse man das folgende LP-Problem:

$$\begin{aligned} Z &= 2x_1 - x_2 + 2x_3 \quad \rightarrow \quad \max \\ & x_1 + 3x_2 + x_3 \le 7 \\ & -x_2 + x_3 \ge 2 \\ & x_1 \qquad - x_3 = 1 \\ & x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \quad x_3 \ge 0 \end{aligned}$$

Mittels **Verfahren der zulässigen Richtungen** löse man das folgende NLP-Problem:

$$\begin{aligned} & (x_1 - 4)^2 + x_2^2 \quad \rightarrow \quad \min \\ & -x_1 + x_2 \le 1 \\ & x_1 \le 3 \\ & x_1 \ge 1 \\ & x_2 \ge 1 \end{aligned}$$

Als Startlösung ist $(1,2)$ zu wählen.

In einer Region gibt es 3 Reifenfachgeschäfte (RF), bei denen wöchentlich 5, 6 bzw. 7 Zentner Altreifen anfallen. Eine Firma sammelt diese Reifen und verwendet sie zur Erzeugung von Schallschutzwänden. Dies geschieht in 4 Fabriken, die wöchentlich 7, 5, 3 bzw. 3 Zentner verarbeiten können. Die Transportkosten pro Zentner von den einzelnen Reifenfachgeschäften (RF) zu den diversen Fabriken sind in folgender Tabelle angegeben:

	Fabrik 1	Fabrik 2	Fabrik 3	Fabrik 4
RF 1	3	3	3	2
RF 2	2	3	5	6
RF 3	5	6	7	7

Es soll ein **Transportplan** mit den kleinsten totalen Lieferkosten bestimmt werden.

Ein Unternehmen hat 5 Millionen Schilling (Mio S) als Werbebudget, das in 3 verschiedenen Medien (TV, Radio, Zeitung) eingesetzt werden kann. Der Gewinn durch zusätzliche Verkaufe ist bei jedem Medium unterschiedlich und hängt vom eingesetzten Geldbetrag ab. Bezeichnet man das Medium mit n und den dort eingesetzten Betrag (in Mio S) mit x_n, so lassen sich die erzielten Gewinne in folgender Tabelle darstellen:

Betrag x_n	0	1	2	3	4	5
1	0	4	6	8	10	12
Medium n=2	0	3	6	10	14	17
3	0	3	7	9	11	13

Mittels **Dynamischer Optimierung** ist jener Einsatz des Werbebudgets in den 3 Medien zu ermitteln, für den der Gesamtgewinn maximal wird.

GRUPPE D

Name:	Matr.Nr.:	Kenn.Nr.:

2. Test aus OR FÜR INFORMATIKER (22.6.92) NB

1. Gegeben sei das Transport-Problem

	1	2	3	4	s_i	u_i
1	2	4	2	4	20	
2	2	2	2	2	20	
3	4	4	12	16	16	
d_j	16	10	10	20		
v_j						

	1	2	3	4	s_i	u_i
1	2 / **10**	4	2 / **10**	4 / **1**	20	
2	2	2	2	2 / **20**	20	
3	4 / **6**	4 / **10**	12	16	16	
d_j	16	10	10	20		
v_j						

a) Man ermittle eine zulässige Ausgangsbasislösung für dieses Problem - linkes Tableau. *(20 Punkte)*

b) Man führe zwei Iterationsschritte des Transportsimplex-Verfahrens durch. *(40 Punkte)*

c) Anhand des rechten Tableaus zeige man, daß die dort eingetragene Lösung optimal ist *(10 Punkte)*

d) Wie ändern sich die optimalen Transportkosten, wenn sich die angebotenen Mengen wie folgt ändern: $s_2 \to 20+\delta$, $d_3 \to 10+\delta$. *(20 Punkte)*

e) Wie groß kann δ werden, sodaß die unter d) ermittelte Formel noch gilt? *(10 Punkte)*

---

2. Gegeben sei das NLP-Problem

$$\begin{aligned} z = -(x_1-4)^2 - (x_2-2)^2 &\to \max \\ x_1 + x_2 &\le 4 \\ x_1 - x_2 &\ge 0 \\ x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

a) Man skizziere die Menge der zulässigen Lösungen für dieses Problem. *(20 Punkte)*

b) Man ermittle die Mengen der aktiven Indices in den Punkten (2,0) und (2,1) *sowie die zulässigen Richtungen in diesen Punkten. (20 Punkte)*

c) Ausgehend vom Punkte (0,0) führe man einen Iterationschritt des Verfahrens der zulässigen Richtungen durch. *(30 Punkte)*

d) Man gebe die Kuhn-Tucker-Bedingungen für das obige Problem an. *(30 Punkte)*

e) Man ermittle die Lagrange-Multiplikatoren im Punkt (3,1) und zeige damit, daß dieser optimal ist. *(20 Punkte)*

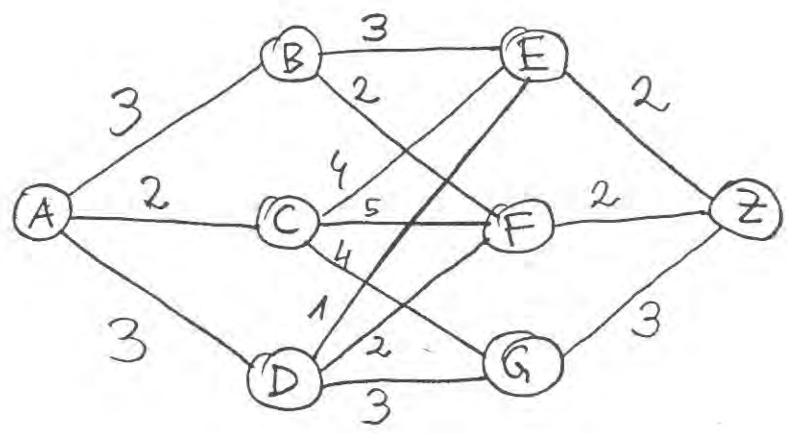
Beispiel 3 umseitig!

bitte frei lassen:

Punkte	1	2	3	Summe

3. **Dynamische Optimierung:**

a) Im umseitigen Straßennetz soll der kürzeste Weg von A nach Z gefunden werden, wobei die Zahlen bei den Kanten die Längen dieser Teilstrecken angeben. *(50 Punkte)*



b) Gegeben sei folgende verbale Problemformulierung:

Ein Blumenhandlung besitzt 3 Blumengeschäfte und versucht 5 wertvolle und kurzlebige Pflanzen optimal auf diese aufzuteilen. Die geschätzte Nachfrage bis zum Verwelken der Pflanzen ist bei jedem Geschäft unterschiedlich. Die folgende Tabelle gibt den erwarteten Gewinn bei Zuteilung von x_n Pflanzen an Geschäft n an:

Pflanzen	x_n	0	1	2	3	4	5
	1	0	3	4	9	12	15
Geschäft	n=2	0	2	5	9	14	16
	3	0	5	9	12	14	15

Gesucht istjene Zuteilung der 5 Pflanzen an die 3 Geschäfte zu ermitteln, für die die Summe des erwarteten Gewinnes maximal wird.

Kann dieses Problem mittels Dynamischer Optimierung gelöst werden? Wenn ja, gebe man an, was in diesem Falle als Stufen, Zustände und Entscheidungen anzusetzen ist. *(50 Punkte)*

(Nichts rechnen! - gibt keine Punkte!. Nur genau Stufen, Zustände und Entscheidungen für dieses Problem definieren)

2. UBUNGSTEST AUS OPERATIONS RESEARCH FÜR INFORMATIKER 18.1.1990

NAME VORNAME MATR.NR.

1. Gegeben sei das Transportproblem:

i \ j	1	2	3	4	s_i
1	2	3	3	1	3
2	4	1	4	4	5
3	2	2	2	3	6
4	4	4	1	1	10
d_j	10	2	7	5	

a) Man ermittle eine zulässige Ausgangsbasislösung (NW-Eckenregel).

b) Man löse das Problem mittels Transport-Simplexverfahren.

c) Wie ändern sich die optimalen Transportkosten, wenn die angebotenen bzw. nachgefragten Mengen sich wie folgt ändern:

$$s_2 \rightarrow 5 + \Delta, \quad d_3 \rightarrow 7 + \Delta.$$

d) Wie groß kann Δ werden, sodaß die unter c) ermittelte Formel noch gilt?

2. Gegeben sei das **nichtlineare Optimierungs-Problem:**

$$(x_1 - 6)^2 + (x_2 - 2)^2 \rightarrow \min$$
$$2x_1 + x_2 \leq 9$$
$$x_1 - x_2 \leq 0$$
$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 \leq 5$$

a) Man ermittle die Menge der aktiven Indices $I(x)$ in den Punkten (0,0), (0,2) und (1,4). Ferner bestimme man die Menge der zulässigen Richtungen in diesen Punkten (kann graphisch durch Pfeile skizziert werden).

b) Man führe einen Iterationsschritt des Verfahrens der zulassigen Richtungen durch.

c) Man verifiziere, daß im zweiten Iterationsschritt $s=(0,0)$ die lokal beste Richtung ist (sodaß die aktuelle Losung x optimal ist).

Gruppe B

2. UBUNGSTEST AUS OPERATIONS RESEARCH FÜR INFORMATIKER 18.1.1990

NAME VORNAME MATR.NR.

1. Gegeben sei das Transportproblem:

i \ j	1	2	3	4	s_i
1	1	1	2	2	7
2	2	2	4	3	2
3	2	2	2	1	7
4	1	3	2	3	5
d_j	5	6	6	4	

a) Man ermittle eine zulässige Ausgangsbasislösung (NW-Eckenregel).

b) Man löse das Problem mittels Transport-Simplexverfahren.

c) Wie ändern sich die optimalen Transportkosten, wenn die angebotenen bzw. nachgefragten Mengen sich wie folgt ändern:

$$s_1 \rightarrow 7 + \Delta, \quad d_4 \rightarrow 4 + \Delta.$$

d) Wie groß kann Δ werden, sodaß die unter c) ermittelte Formel noch gilt?

2. Gegeben sei das **nichtlineare Optimierungs-Problem:**

$$(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \min$$
$$x_1 - x_2 \geq 0$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$
$$x_1 \leq 4$$
$$x_2 \geq 0$$

a) Man ermittle die Menge der aktiven Indices $I(x)$ in den Punkten (0,0), (2,0) und (2,1). Ferner bestimme man die Menge der zulässigen Richtungen in diesen Punkten (kann graphisch durch Pfeile skizziert werden).

b) Man führe einen Iterationsschritt des Verfahrens der zulässigen Richtungen durch.

c) Man verifiziere, daß im zweiten Iterationsschritt $s=(0,0)$ die lokal beste Richtung ist (sodaß die aktuelle Losung x optimal ist).

Gruppe A

Nachtragstest

2. Test aus OR 26.1.89

Name Vorname	Matr.nr.

1

(a) Man bestimme eine zulässige Ausgangsbasislösung für das folgende Transportproblem:

$i \backslash j$	1	2	3	4	s_i
1	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{1}$	$\boxed{1}$	6
2	$\boxed{6}$	$\boxed{6}$	$\boxed{4}$	$\boxed{1}$	4
3	$\boxed{5}$	$\boxed{1}$	$\boxed{5}$	$\boxed{1}$	2
d_j	3	2	2	5	

(b) Man bestimme neue und ausscheidende Basisvariable des <u>ersten</u> Iterationsschrittes

(c) Ist die unten angegebene Lösung optimal?

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	$\boxed{2}$ 3	$\boxed{3}$	$\boxed{1}$ 2	$\boxed{1}$ 1
2	$\boxed{6}$	$\boxed{6}$	$\boxed{4}$	$\boxed{1}$ 4
3	$\boxed{5}$	$\boxed{1}$ 2	$\boxed{5}$	$\boxed{1}$ 0

(d) Wie ändern sich die optimalen Transportkosten, wenn die Angabe wie folgt geändert wird:

$s_2 = 4 + \Delta \qquad d_2 = 2 + \Delta$

(e) Wie groß kann Δ werden sodaß die Formel unter (d) noch gilt?

2

Gegeben sei das NLP-Problem

$$(x_1+1)^2 + (x_2-2)^2 \rightarrow \underline{\min}$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$2x_1 - x_2 \leq 2$$

(a) Man ermittle (oder skizziere) die Menge der zulässigen Richtungen

(b) Man bestimme die lokal beste Richtung und die optimale Schrittweite im Punkte (1,0)

(c) Man gebe die Kuhn-Tucker-Bedingungen für das obige NLP-Problem an.

(d) Unter Verwendung von (c) zeige man die Optimalität von (0,2)

3

Im umseitig skizzierten Straßennetz will ein Transportunternehmer einen LKW von A nach Ω schicken. Dabei geben die Zahlen bei den Kanten (Straßenstücken) die dort erzielbaren Transporterlöse an.
[illegible]