PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik! ~~11~~

LVA: EINF. WAHRSCHEINL. RECHNUNG/STATISTIK UE Preis: ~~10~~,- 15,-

KUSOLITSCH

Schriftliche Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

ao. Univ.-Prof. Dr. Kusolitsch

18. Dezember, 2001

1. Das Millionenrad der Brieflotterie besteht aus 80 Feldern. Auf 74 Feldern entfallen verschiedene Gewinnsummen x_i, die mitsamt der Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens p_i in der folgenden Tabelle aufgelistet sind. Bleibt das Rad auf einem dieser Felder stehen, so erhält der Kandidat den entsprechenden Gewinn, und das Spiel ist beendet.

i	1	2	3	4	5	6	7
x_i	1Mio.	500 000	100 000	50 000	30 000	20 000	10 000
p_i	$\frac{3}{80}$	$\frac{6}{80}$	$\frac{11}{80}$	$\frac{20}{80}$	$\frac{9}{80}$	$\frac{15}{80}$	$\frac{10}{80}$

Sechs Felder sind sogenannte Verdopplungsfelder. Stoppt das Rad auf einem dieser Felder, so darf der Kandidat solange weiterspielen, bis das Rad schließlich auf einem der 74 Gewinnfelder zum Stillstand kommt, und der Spieler erhält das 2^{n-1}-fache des Gewinns, wenn das Glücksrad erst im n-ten Durchgang, auf einem Gewinnfeld hält. Jede Woche dürfen 3 Kandidaten an diesem Spiel teilnehmen. Wieviel Kapital muß der Spielbetreiber pro Jahr für die Gewinnausschüttung vorsehen, wenn diese Summe mit einer Wahrscheinlichkeit von $1-\alpha = 0.9$, nicht überschritten werden soll?

2. N Eintrittskarten sind von 1 bis N durchnumeriert. Die Nummern von 5 ausgewählten Besuchern sind: $37, 16, 44, 43, 22$. Schätzen Sie N nach der ML-Methode. Suchen Sie einen erwartungstreuen Schätzer für N.

3. Die n unabhängigen Beobachtungswerte $(x_1, \ldots, x_n)$ entstammen einer stetigen Gleichverteilung auf einem Intervall $[a, b]$.
a) Man bestimme einen ML-Schätzer für die Parameter a, b.
b) Sei $a = 0$ und b unbekannt. Suche eine suffiziente Statistik für b.

4. Man konstruiere einen schärfsten Test für $H_0 = \{P_{0.1}\}$ gegen $H_1 = \{P_1\}$, wobei $P_\lambda, \lambda > 0$, eine Poissonverteilung mit dem Parameter λ ist. Wie groß muß die kritische Größe für diesen Test bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.01$ und $n = 10$ sein?

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!

LVA: EINF. WAHRSCHEINL. RECHNUNG/STATISTIK UE Preis: ~~11~~ ~~16~~,-

KUSOLITSCH 10,-

2. Übungstest aus

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

ao. Univ.-Prof. Dr. Kusolitsch

17. Juni, 1999

1. Sei $\xi_1, \ldots, \xi_n$ eine Folge unabhängiger identisch verteilter Zufallsvariablen mit $\mathbb{P}(\xi_1 = 1) = \mathbb{P}(\xi_1 = 0) = \frac{1}{2}$.
Eine Folge $(\xi_{i+1}(\omega), \ldots, \xi_{i+k}(\omega))$ heißt ein *Run* der Länge k, wenn $i = 0$ oder $\xi_i(\omega) \neq \xi_{i+1}(\omega)$, wenn weiters $\xi_{i+1}(\omega) = \ldots = \xi_{i+k}(\omega)$ und wenn $i + k = n$ oder $\xi_{i+k}(\omega) \neq \xi_{i+k+1}(\omega)$. Die Anzahl der *Runs* in $\xi_1(\omega), \ldots, \xi_n(\omega)$ bezeichnen wir mit $R(\omega)$.
Man berechne $\mathbb{E}R$ und $\text{var}R$.

2. Ein Glücksspielbetreiber läßt jede Woche 5 Kandidaten aus einer Urne mit 100 Losen ziehen (die Ziehungen der 5 Kandidaten erfolgen unabhängig voneinander). Dabei entfällt auf ein Los ein Gewinn von S 1 Million, auf 2 Lose ein Gewinn von je S 500.000,–, auf 3 Lose entfallen je S 100.000,–, und auf 10 Lose je S 10.000,–. Wieviel Kapital muß der Spielbetreiber im Jahr vorsehen, damit die jährliche Gewinnausschüttung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.90 durch diese Summe gedeckt ist?

3. Man berechne Erwartungswert und Varianz für eine geometrische Verteilung mit Parameter p und eine negative Binomialverteilung mit den Parametern r und p.

Schriftliche Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

ao. Univ.-Prof. Dr. Kusolitsch

23. Juni, 1999

1. Erfahrungsgemäß ist die Füllmenge eines bestimmten Produktes verteilt $N(\mu, \sigma^2)$, wobei empirirische Untersuchungen gezeigt haben, daß 5% der Einheiten weniger als 0.95 kg wiegen und 6% mehr als 1.02 kg. Man bestimme Mittelwert und Streuung des Gewichts der Einheiten.

2. Die Verteilung der Blutgruppen in der Bevölkerung ist der folgenden Tabelle zu entnehmen:

A	B	AB	0
40%	20%	5%	35%

   Die Möglichkeit einer Bluttransfusion besteht, wenn Spender und Empfänger diesselbe Blutgruppe haben oder wenn der Spender Gruppe 0 hat und außerdem kann ein Empfänger der Gruppe AB auch Spenderblut der Gruppen A und B bekommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine zufällig vorbeikommende Person einem Verletzten Blut spenden kann? Mit welcher Wahrscheinlichkeit hatte der Spender Blutgruppe 0, wenn eine Übertragung möglich war?

3. Aus n unabhängigen Beobachtungswerten $x_1, \ldots, x_n$ bestimme man einen Maximum-Likelihood-Schätzer für den Parameter λ einer Poissonverteilung.Ist dieser Schätzer suffizient?

4. Seien ξ, η unabhängig nach P_λ bzw. P_μ (Poissonvt) verteilt; wie ist $\zeta = \xi + \eta$ verteilt? Verallgemeinern Sie das Ergebnis für eine beliebige Zahl von Summanden. Die Anzahl von Druckfehlern auf einer Buchseite sei P_μ verteilt mit $\mu = 0.1$. Wieviele Druckfehler sind im Durchschnitt in einem 1000 Seiten starken Buch zu erwarten. Erscheinen 180 Fehler in einem derartigen Buch nach obigen Annahmen plausibel?

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!

LVA: Wahrscheinlichkeitsrechnung + Statistik - Kuso-UE Preis: 8,-

1. Übungstest aus

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

ao. Univ.-Prof. Dr. Kusolitsch

20. Mai, 1999

1. Die von einer Fertigungsmaschine erzeugten Lager sind mit Wahrscheinlichkeit p_0 $0 < p_0 < 1$ unbrauchbar. Alle Lager laufen an einer Kontrolle vorbei, an der sie mit Wahrscheinlichkeit p_1 geprüft werden. Sei ξ die Wartezeit (Anzahl der Stücke) bis bei der Kontrolle das zweite unbrauchbare Lager gefunden wird, und sei η die Anzahl der fehlerhaften Stücke, die die Kontrolle bis zu diesem Zeitpunkt (ungeprüft) passiert haben. Man bestimme sowohl die gemeinsame Verteilung von ξ und η als auch die Randverteilungen.

2. ξ sei cauchyverteilt. Man bestimme die Dichtefunktion von $\eta = 1 - \xi^3$.

3. Eine Zufallsvariable ξ besitze die Dichte $f(x) = ce^{-\lambda|x|}$ $x \in \mathbb{R}, \lambda > 0$. Man bestimme die Konstante c, die Verteilungsfunktion, den Erwartungswert und die Varianz von ξ.

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!
LVA: WAHRSCH.RECH. & STAT. — UE — Kusolitsch Preis:

Test

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Doz. Dr. Kusolitsch

26. 6. 1997

1. Gegeben seien n unabhängige exponentialverteilte Beobachtungswerte $x_1, \ldots, x_n$. Man konstruiere einen ML-Schätzer für den Parameter λ der zugrundeliegenden Exponentialverteilung und überprüfe, ob der Schätzer suffizient ist.

2. Die Anzahl der Druckfehler auf einer Buchseite sei poissonvt. mit $\mu = 0.15$. Man bestimme die Verteilung der Anzahl der Druckfehler in einem 500 Seiten starken Buch, wenn die Druckfehlerhäufigkeiten auf den einzelnen Seiten als unabhängig angenommen werden. Man berechne die Wahrscheinlichkeit, daß das Buch mindestens 100 Fehler hat approximativ mit Hilfe des ZGS.

3. Man berechne die Wahrscheinlichkeit, daß in einer Folge von Münzwürfen das Muster $KAKAK$ unendlich oft vorkommt.

Test aus

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Doz. Dr. Kusolitsch

27. Jänner, 1993

1. Die 2–dimensionale Zufallsvariable (ξ, η) besitze die Dichte $f(x,y) = (x^3 + xy/c)\mathbf{1}_{[0,1]\times[0,2]}$ $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$ Man bestimme c, die Randdichten von ξ und η und die bedingten Dichten. Weiters berechne man die Wahrscheinlichkeit von $[\eta < \xi + 1]$.

2. Man bestimme die Dichte der Zufallsvariablen $\eta = \xi^n, n \in \mathbb{N}$, wenn ξ die Dichte $f_\xi(x) = \frac{a}{\pi(a^2+x^2)}$ besitzt ($a > 0, x \in \mathbb{R}$).

3. Eine Münze wird n–mal geworfen. Sei ν_n die Anzahl der Folgen (K, K, K) im Verlauf dieser n Würfe. Man berechne $\mathbb{E}\nu_n$ und $\operatorname{var}\nu_n$.

Test aus

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Doz. Dr. Kusolitsch

17. Dezember, 1992

1. Es liegen 3 Warenlieferungen vor, von denen bekannt ist, daß in der ersten Lieferung eines von 10 Stücken fehlerhaft ist, in der zweiten Lieferung sind es 4 Stücke von insgesamt 20 und die aus 30 Einheiten bestehende drittte Lieferung enthält 8 Ausschußstücke. 5 Stücke werden nacheinander einer der 3 Lieferungen entnommen und kontrolliert. Dabei stellt sich heraus, daß ein Stück fehlerhaft ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die kontrollierten Stücke aus der ersten Lieferung stammen.

2. Die Lebensdauer von Batterien ist exponentialverteilt mit dem Mittel 6 Stunden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit arbeitet ein Elektrogerät, das zum Betrieb eine dieser Batterien benötigt, länger als 16 Stunden, wenn zwei Ersatzbatterien zur Verfügung stehen ?

3. Eine Zufallsvariable ξ besitze die Verteilungsfunktion F mit

$$F(x) = 0 \cdot \mathbf{1}_{(-\infty,1)} + \frac{(x-0.5)^2}{2} \cdot \mathbf{1}_{[1,1.5)} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{1}_{[1.5,2)} + (x-1.5) \cdot \mathbf{1}_{[2,2.5)} + 1 \cdot \mathbf{1}_{[2.5,\infty)}$$

Zeichnen Sie diese Verteilungsfunktion und berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten :

$$\mathbb{P}(\xi < 1), \mathbb{P}(\xi \leq 1), \mathbb{P}(\xi = 2), \mathbb{P}(2 \leq \xi \leq 2.5).$$

Außerdem bestimme man die p-Fraktile für $p = 0.1$ und $p = 0.5$.

Test

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Doz. Dr. Kusolitsch

22. 5. 1997

1. Eine ZV ξ besitze die Dichte $f(x) = ax\exp(-x/2) \quad x \geq 0$. Man bestimme die Konstante a und die Verteilungsfunktion von ξ. Weiters berechne man den Modus, den Erwartungswert und die Varianz. Welche Dichte besitzt die transformierte ZV $\eta := \sqrt{x}$?

2. Die Ausschußanteile p_i in 4 Warenlieferungen W_i seien gegeben durch $p_i = i/10 \quad i = 1, \ldots, 4$. Einer dieser Lieferungen werden 10 Stück mit Zurücklegen entnommen, unter denen sich 2 als fehlerhaft erweisen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde die Stichprobe aus der 2-ten Lieferung gezogen?

3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Lottoziehung (mindestens) ein Quintupel der Form $i, i+1, i+2, i+3, i+4$ mit beliebigem i gezogen wird ?

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!
LVA: WAHRSCHEINL. K. RECHNG. U. STATISTIK - UE - KUSOLITSCH Preis:

KUSOLITSCH / GRILL

2. Übungstest

10. 1. 95

1. A die has one face with one eye, two faces with two eyes, and three faces with three eyes. The die is rolled twice. Calculate the distribution of the total number of eyes obtained.

2. X has a distribution with the density

$$f(x) = ax^2 \quad 0 \leq x \leq 1.$$

   Calculate a and the expectation and variance of X.

3. A traffic light is red for one minute, then it turns green for one minute. Calculate the probability that a randomly arriving person has to wait

   (a) not at all;

   (b) less than 30 seconds;

   (c) between 20 and 40 seconds.

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!

LVA: WAHRSCHEINL.K.RECHNG. U. STATISTIK – UE – KUSOLITSCH Preis:

Test aus

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Doz. Dr. Kusolitsch

27. Jänner, 1994

1. Eine Münze wird n–mal geworfen. Sei ν_n die Anzahl der Folgen (K, K, K) im Verlauf dieser n Würfe. Man berechne $E\nu_n$ und var ν_n.
2. Eine Zufallsvariable ξ besitze die Dichte $f(x) = ce^{-\lambda|x|}$ $x \in \mathbb{R}, \lambda > 0$. Man bestimme die Konstante c, die Verteilungsfunktion, den Erwartungswert und die Varianz von ξ.
3. Die von einer Fertigungsmaschine erzeugten Lager sind mit Wahrscheinlichkeit p_0 $0 < p_0 < 1$ unbrauchbar. Alle Lager laufen an einer Kontrolle vorbei, an der sie mit Wahrscheinlichkeit p_1 geprüft werden. Sei ξ die Wartezeit (Anzahl der Stücke) bis bei der Kontrolle das erste unbrauchbare Lager gefunden wird, und sei η die Anzahl der fehlerhaften Stücke, die die Kontrolle bis zu diesem Zeitpunkt (ungeprüft) passiert haben. Man bestimme sowohl die gemeinsame Verteilung von ξ und η als auch die Randverteilungen.

EWST KUSOLITSCH WS 94/95

1. Übungstest

1. 3 Ereignisse A, B und C erfüllen folgende Relationen:

$$\mathbf{P}(A) = 0.7,\ \mathbf{P}(B) = 0.6,\ \mathbf{P}(C) = 0.5,$$

$$\mathbf{P}(A \cap B) = 0.4,\ \mathbf{P}(A \cap C) = 0.3,\ \mathbf{P}(B \cap C) = 0.2,$$

$$\mathbf{P}(A \cap B \cap C) = 0.1$$

Bestimmen Sie $\mathbf{P}(A \cup B)$, $\mathbf{P}(A - B)$, $\mathbf{P}(A \cup B \cup C)$.

2. In einer Urne sind 3 weiße und 2 schwarze Kugeln. Es wird eine Kugel gezogen, und zwei Kugeln derselben Farbe werden in die Urne zurückgelegt. Anschließend wird eine zweite Kugel gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die zwite Kugel weiß ist?
3. A und B spielen folgendes Spiel: es wird gewürfelt. Wenn eine "1" oder "6" kommt, erhält A einen Punkt, sonst B. Wer zuerst 3 Punkte hat, gewinnt den gesamten Einsatz. Wie müssen die Einsätze für A und B gewählt werden, damit das Spiel fair ist?

Test aus

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Doz. Dr. Kusolitsch

16. Dezember, 1993

1. Die 2-dimensionale Zufallsvariable (ξ, η) besitze die Dichte $f(x, y) = (x^2 + xy/c)1_{[0,1]\times[0,2]} \quad \forall(x, y) \in \mathbb{R}^2$ Man bestimme c, die Randdichten von ξ und η und die bedingten Dichten. Weiters berechne man die Wahrscheinlichkeit von $[\eta < \xi + 0.5]$.

2. Ein Kartenpaket mit 50 Karten enthält 6 Asse, ein zweites Paket besteht aus 60 Karten unter denen sich 10 Asse befinden. Eines der beiden Pakete wird zufälllig ausgewählt ($p = 1/2$) und danach werden aus diesem Paket 15 Karten mit Zurücklegen gezogen. Man berechne die Wahrscheinlichkeit, daß das erste Paket gewählt wurde, wenn sich unter den 15 gezogenen Karten 3 Asse befinden.

3. Ein Spieler wählt beim Lotto *6 aus 45* 10 der 45 Zahlen und spielt sämtliche Tips, die mit diesen Zahlen gebildet werden können. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt er mindestens einen Gewinn (d.h. in mindestens einem Tip müssen 3 oder mehr richtige Zahlen vorkommen) ?