itut für Angewandte und Numerische Mathematik
Wien

WS 2001/02

Numerische Mathematik für Informatiker

3. Übungstest am 15. Januar 2002

Name	Vorname	Kennzahl / Matrikelnummer

Beispiel 1	Beispiel 2	Beispiel 3	Gesamt
a) b) c)	a) b) c)	a) b) c)	

Der gesamte Rechengang ist auf den beiliegenden Blättern zu dokumentieren.

Zusätzlich beigefügte Zetteln werden bei der Korrektur nicht berücksichtigt.

1) (17 Punkte)

Für die Funktion

$$f(x) = \int_1^x \frac{\sin t}{t}\,dt, \quad x \in [1, 30], \; f(1) = 0.$$

wird eine Wertetabelle benötigt, mit der Eigenschaft, daß bei einer linearen Interpolation zwischen zwei Tabellenwerten für alle x aus dem gegebenen Intervall ungünstigstenfalls ein absoluter Fehler (Verfahrensfehler und Rechenfehlereffekt) von 10^{-6} auftritt.

a) Wie groß darf der Abstand der Tabellenwerte höchstens sein, damit der Verfahrensfehler auf dem gesamten Intervall $5*10^{-7}$ nicht übersteigt? Der Abstand sollte eine Zehnerpotenz sein (oder die Form 5*Zehnerpotenz haben).
Hinweis: Es gilt

$$f'(x) = \frac{\sin x}{x}.$$

Antwort zu 1a):

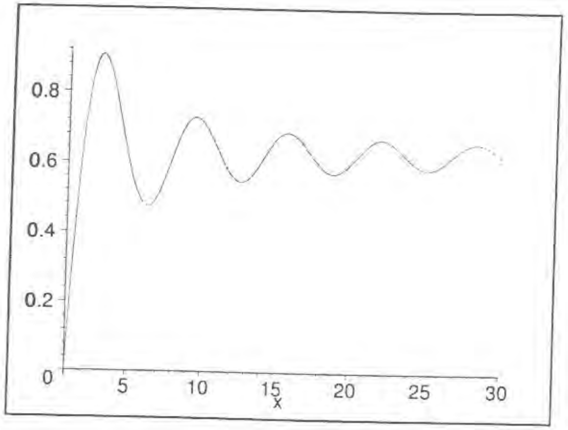
PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!

LVA: NUMERISCHE MATHEMATIK UE 3.TEST ~~ATS 14,~~ Preis: € 1,02

b) Will man den Wert $f(x)$ für ein x mit $x_i < x < x_{i+1}$ berechnen, so bezieht man die Tabellenwerte $(x_i, f_i = f(x_i))$, $(x_{i+1}, f_{i+1} = f(x_{i+1}))$ ein und wertet die folgende Formel mit $h = x_{i+1} - x_i$ aus:

$$f(x) = \frac{x_{i+1} - x}{h} f_i - \frac{x_i - x}{h} f_{i+1}.$$

Berechnen Sie die Schranke für den absoluten Rechenfehlereffekt, der bei der Auswertung des obigen Ausdruckes in einer Gleitpunktarithmetik ensteht. Nehmen Sie dabei an, daß bei den Subtraktionen $x_{i+1} - x$ und $x_i - x$ keine Rechenfehler enstehen und alle involvierten Größen Maschinenzahlen sind. Die Rechnungen werden in der IEC/IEEE-Arithmetik, im einfachen Format mit optimaler Rundung durchgeführt.
Hinweis: Im Intervall [1,30] sieht $f(x)$ wie folgt aus:



Antwort zu 1b):

c) Kann man garantieren, daß die Schranke für den Gesamtfehler bei der obigen Interpolation gleich 10^{-6} ist? Wenn nicht, welche Maßnahme(n) würden Sie ergreifen, um die Toleranzforderung für den absoluten Gesamtfehler von 10^{-6} zu erfüllen?

Antwort zu 1c):

2) (16 Punkte)

Die Funktion $y = x^3$ soll im Intervall $[0, 3]$ durch ein quadratisches Ausgleichspolynom $P(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2$ angenähert werden. Es werden die Stützstellen $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$, $x_4 = 3$ gewählt.

a) Man stelle die zugehörigen Gaußschen Normalgleichungen auf!

$$\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

b) Man löse die Normalgleichungen!

Antwort zu 2b):

$c_0 =$

$c_1 =$

$c_2 =$

$P(x) =$

c) Um die Approximationsqualität des Polynoms $P(x)$ zu beurteilen, skizziere man die Funktion $P(x) - x^3$, basierend auf den Werten von $P(0)$, $P(1) = 1$, $P(2) = 8$, $P(3) = 27$!

Skizze von $P(x) - x^3$:

3) (17 Punkte)

Betrachtet werden nichtlineare Gleichungssysteme der Gestalt

$$f(x) := A \cdot u(x) - b \tag{1}$$

(n Gleichungen in n Variablen, $x = (x_1, \ldots, x_n)^{\mathrm{T}}$). Dabei ist $A = (a_{ij})$ eine $n \times n$-Matrix, $b \in \mathbb{R}^n$, und $u(x) = (u_1(x), \ldots, u_n(x))^{\mathrm{T}}$ sei eine differenzierbare Funktion: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$.

a) Wie lautet die allgemeine Gestalt der Jacobi-Matrix von $f(x)$ für den Fall $n = 2$?

Antwort zu 3a):

b) Für die konkreten Daten ($n = 2$),

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad u(x) = u(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} \sin x_2 \\ \sin x_1 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

führe man einen Schritt der *Newton-Iteration* ausgehend von dem Startwert $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)})^{\mathrm{T}} = (0, 0)^{\mathrm{T}}$ aus.

Antwort zu 3b):

c) Eine alternative Vorgangsweise könnte darin bestehen, zunächst das lineare Gleichungssystem $Ay = b$ zu lösen. In welcher Weise erhält man dann die Lösung x des gegebenen nichtlinearen Systems? Diskutieren Sie allfällige Vor- oder Nachteile dieser Vorgehensweise, und zwar im Allgemeinen und insbesondere bei Anwendung auf das unter b) gegebene System.

Antwort zu 3c):

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!
LVA: NUMMAT UE 3
Preis: 12,-

Institut für Angewandte und Numerische Mathematik
TU Wien

WS 1999/2000

Numerische Mathematik für Informatiker

3. Übungstest am 18. Januar 2000

Name	Vorname	Kennzahl / Matrikelnummer

Beispiel 1	Beispiel 2	Beispiel 3	Gesamt
a) b)	a) b) c)	a) b)	

Der gesamte Rechengang ist auf den beiliegenden Blättern zu dokumentieren.

Zusätzlich beigefügte Zetteln werden bei der Korrektur nicht berücksichtigt.

1) (16 Punkte)
Die Ansatzfunktion

$$f(x) = 1 + x + c_1 x^2 + c_2 x^3$$

soll gemäß der Methode der kleinsten Quadrate an folgende Daten angepasst werden:

$$\begin{array}{ll} x_1 = -0.1 & f_1 = 0.904837418 \\ x_2 = 0.1 & f_2 = 1.105170918 \\ x_3 = 0.3 & f_3 = 1.349858808 \end{array}$$

a) Wie lauten die entsprechenden Gaußschen Normalgleichungen?

Die Gaußschen Normalgleichungen:

$\dots\dots\dots\dots\, c_1 + \dots\dots\dots\dots\, c_2 = \dots\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots\dots\, c_1 + \dots\dots\dots\dots\, c_2 = \dots\dots\dots\dots$

b) Welche Werte ergeben sich für c_1 und c_2?

$c_1 = \dots\dots\dots\dots$

$c_2 = \dots\dots\dots\dots$

2) (17 Punkte)

Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung

$$F(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2}\, dt$$

soll möglichst Rechenzeit-effizient implementiert werden. Für $x \in [0, 3]$ sollen die Funktionswerte durch Interpolation aus einer Tabelle von Werten ermittelt werden:

x	$F(x)$
0.0	0.5000
0.1	0.5398
0.2	0.5793
0.3	0.6179
0.4	0.6554
0.5	0.6915
$\vdots$	$\vdots$
2.7	0.9965
2.8	0.9974
2.9	0.9981
3.0	0.9987

a) Der Wert $F(0.28)$ soll durch quadratische Interpolation ermittelt werden. Dabei bieten sich folgende x-Werte als mögliche Interpolationsknoten an: $0.1, 0.2, 0.3$ oder $0.2, 0.3, 0.4$. Über die zweite Ableitung von F weiß man nur daß $|F''(x)| \leq 0.242$ für alle $x \in [0, 3]$ gilt. Welches Argument spricht für die Wahl von $0.2, 0.3, 0.4$ als Interpolationsknoten?

Antwort zu a):

b) Berechnen Sie $\tilde{F}(0.28)$ durch quadratische Interpolation mit Hilfe des Neville-Schemas zu den Knoten $0.2, 0.3, 0.4$. Wie groß ist der absolute Fehler des so erhaltenen Wertes? (Exakter Wert $F(0.28) = 0.610261\ldots$.)

$\tilde{F}(0.28) =$

$\tilde{F}(0.28) - F(0.28) =$

c) Wieviele äquidistante Elemente müßte die Wertetabelle von $F(x), x \in [0,3]$ mindestens enthalten, damit man bei linearer Interpolation eine absolute Genauigkeit von 10^{-6} garantieren kann? Dabei sind die Effekte der Datenfehler und der Rechenfehler zu vernachlässigen.

Die Tabelle muß mindestens   Elemente enthalten.

3) (17 Punkte)

Betrachtet werden 'quasilineare' Gleichungssysteme[1] der Gestalt

$$f(x) := A(x) \cdot x - b = 0 \tag{1}$$

(2 Gleichungen in 2 Variablen, $x = (x_1, x_2)^T$. Ein konkretes Beispiel wird unter b) angegeben.)

Gegeben denke man sich eine erste Näherung $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2)^T$ für die gesuchte Lösung $x^* = (x_1^*, x_2^*)^T$ von (1).

Eine naheliegende Idee zur Berechnung einer (hoffentlich) genaueren Näherungslösung $\hat{\hat{x}}$ besteht darin, das lineare Gleichungssystem (mit bekannter Matrix $A = A(\hat{x})$)

$$A(\hat{x}) \cdot \hat{\hat{x}} - b = 0 \tag{2}$$

zu lösen. (2) lässt sich auch so schreiben:

$$\hat{\hat{x}} := \hat{x} + \Delta x \tag{3}$$

wobei Δx die Lösung von

$$A(\hat{x}) \cdot \Delta x = -f(\hat{x}) \tag{4}$$

ist. Dies sieht (formal) aus wie ein Schritt des *Newton-Verfahrens* ausgehend von $\hat{x}$. ('Löse ein linearisiertes System mit der rechten Seite $-f(\hat{x})$ und verwende das Ergebnis Δx als additive Korrektur der Näherungslösung.')

a) Handelt es sich bei (3), (4) tatsächlich um einen Newton-Schritt $\hat{x} \mapsto \hat{\hat{x}}$?
Bitte begründen Sie Ihre Antwort genau.

Antwort zu a):

[1] (1) ist ein nichtlineares System; es schreibt sich formal wie ein lineares System $Ax = b$, allerdings mit einer Systemmatrix $A = A(x)$, deren Koeffizienten selbst von der unbekannten Lösung abhängen.

b) Für das System der Gestalt (1) mit den konkreten Daten

$$A(x) = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_2 \\ x_2 & x_1^2 \end{pmatrix}; \qquad b = \begin{pmatrix} 5.0 \\ 4.0 \end{pmatrix}$$

und die erste Näherung

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} 1.1 \\ 1.9 \end{pmatrix}$$

führe man einen Schritt der *Newton-Iteration* (ausgehend von $\hat{x}$) durch (Taschenrechner). Wie lautet die so gewonnene neue Näherungslösung $\hat{x}^{\text{new}}$?

Antwort zu b):

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!
LVA: NUM.MATH. (FRÜHER NUM. D.V.) – UE Preis: [illegible]

Institut für Angewandte und Numerische Mathematik
TU Wien

WS 1996/97

Numerische Mathematik für Informatiker

3. Übungstest am 21. Januar 1997

Name	Vorname	Kennzahl / Matrikelnummer

Beispiel 1	Beispiel 2	Beispiel 3	Gesamt
a) b) c)	a) b) c)		

Bitte verwenden Sie nur die beiliegenden Blätter.
Zusätzlich beigefügte Zetteln werden bei der Korrektur nicht berücksichtigt.

1) (16 Punkte)

a) Welche Größe wird durch folgende Rechenvorschrift berechnet?

Rechenvorschrift:

Initialisierung: $x_0 := \frac{1}{k}a; \quad n := 0;$

Rekursion: $x_{n+1} := \frac{k-1}{k} \cdot x_n + \frac{a}{k \cdot x_n^{k-1}};$

Dabei werde angenommen, daß a eine reelle, positive Zahl ist.

$\lim_{n\to\infty} x_n =$

b) Man führe für $a = 10$ und $k = 3$ vier Schritte der Rekursion aus. Welche Konvergenzordnung läßt sich beobachten?

$x_0 =$

$x_1 =$

$x_2 =$

$x_3 =$

$x_4 =$

Beobachtete Konvergenzordnung:

c) Aufgrund der unter Punkt b) gefundenen Konvergenzordnung diskutiere man die Frage, ob das Abbruchkriterium

$$|x_{n+1} - x_n| \leq \tau_{abs} + \tau_{rel} \cdot |x_{n+1}|$$

eher zu einem verfrühten Terminieren der Iteration führen würde oder nicht.[1]

○ verfrühter Abbruch	○ kein verfrühter Abbruch
Begründung:	

[1] Zutreffendes bitte ankreuzen.

2) (16 Punkte)

Man denke sich ein nichtlineares Gleichungssystem $F(x) = y$ gegeben (die Abbildung F und der Vektor y sind gegebene Daten, der Vektor x sei gesucht). Außerdem sei eine erste Näherung x_0 für die gesuchte Lösung gegeben.

a) Die *Newton-Iteration* zur Lösung von $F(x) = y$ hat folgende Gestalt (Iteration $x_i \mapsto x_{i+1}$ ausgehend von x_0):

- Berechne δ_i als Lösung von $J_i \cdot \delta_i = b_i$
- Setze $x_{i+1} := x_i + \delta_i$

Wie lauten die J_i und b_i konkret?

b) Eine denkbare Vereinfachung der Newton-Iteration besteht darin, in jedem Schritt (d.h. für jedes feste $i = 0, 1, \ldots$) die exakte Lösung des jeweils auftretenden linearen Gleichungssystems $J_i \cdot \delta_i = b_i$ durch einen Iterationsschritt des *Jacobi'schen Relaxationsverfahrens*[2] zu ersetzen, wobei man $\delta_i^{(0)} = 0$ (Nullvektor) als Startvektor verwendet und die nach einem Jacobi-Schritt entstehende Näherung $\delta_i^{(1)}$ als fertige Korrektur δ_i akzeptiert.

* Begründen Sie die Wahl $\delta_i^{(0)} = 0$.
* Schreiben Sie die so modifizierte Iteration wieder in obiger Gestalt an (vgl. a)). Wie lauten jetzt J_i und b_i?
* Welche Eigenschaft müßte die Jacobi-Matrix von F besitzen, damit dies eine vernünftige Vorgangsweise ist?

c) Führen Sie einen Schritt dieses modifizierten Verfahrens in Taschenrechnergenauigkeit aus für das System

$$\begin{aligned} 5\xi + \eta^2 &= 9 \\ \xi^2 + 4\eta &= 9 \end{aligned}$$

(Die Komponenten des gesuchten Lösungsvektors x wurden hier mit ξ und η bezeichnet. Wählen Sie $\xi_0 = 0.9$ und $\eta_0 = 2.1$ als Startnäherungen.)

[2] modifizierte Variante des Gauss-Seidel-Verfahrens (vgl. Übungsskriptum)

3) (16 Punkte)

Die Funktion

$$f(z) = \frac{1}{1-z} - (1+z) = \frac{z^2}{1-z} \qquad (|z| < 1)$$

soll für eine gegebene reelle Maschinenzahl z in Gleitpunktarithmetik (mit relativer Genauigkeit eps) ausgewertet werden.

a) Geben Sie für beide angegebene Auswertungsvarianten eine möglichst scharfe Schranke für den sich insgesamt ergebenden relativen Rundungsfehler an, d.h. man bestimme für beide Fälle die Größe ε so, daß gilt[1] $\tilde{f}(z) = f(z)(1+\varepsilon)$.

(Hinweis: Klarerweise hängt ε von eps ab. In einem der beiden Fälle ergibt sich auch eine Abhängigkeit von den Problemdaten, d.h. von z.)

b) Für welchen Bereich von z-Werten ist eine der beiden Auswertungsvarianten der anderen stark vorzuziehen? (Ausführliche Begründung!)

[1] $\tilde{f}$ symbolisiert die Auswertung von f in Gleitpunktarithmetik.

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!
LVA: NUM. MATH. (FRÜHER NUM. DV.) - UE Preis: 26,-

Institut für Angewandte und Numerische Mathematik WS 1995/96

Numerische Mathematik für Informatiker

3. Übungstest am 23. Januar 1996

Name	Vorname	Kennzahl / Matrikelnummer

Beispiel 1	Beispiel 2	Beispiel 3	Gesamt
a) b) c)	a) b) c) d)	a) b)	

Bitte verwenden Sie nur die beiliegenden Blätter. Zusätzlich beigefügte Zetteln werden bei der Korrektur nicht berücksichtigt.

1) (18 Punkte)

Das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 10 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2*10^{-4} & 20 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3*10^{-4} & 30 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2*10^{-4} & 20 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-4} & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19.4610000 \\ -45.3795654 \\ 1.4433193 \\ 24.9600000 \\ -39.1998556 \end{pmatrix} \qquad (1)$$

soll mit dem Gauss-Seidel-Verfahren gelöst werden.

a) Man ermittle den Startvektor $x^{(0)}$, indem man jenes lineare Gleichungssystem löst, das aus (1) ensteht, wenn man in der Koeffizientenmatrix die 10^{-4}-Terme vernachlässigt.

Tragen Sie die Komponenten des Startvektors $x_i^{(0)}$, $1 \leq i \leq 5$, ein!

$x_1^{(0)} =$

$x_2^{(0)} =$

$x_3^{(0)} =$

$x_4^{(0)} =$

$x_5^{(0)} =$

b) Ausgehend von dem unter Punkt a) gefundenen Startvektor führe man einen Schritt des Gauss-Seidel-Verfahrens durch.

Tragen Sie die Komponenten des Näherungvektors $x_i^{(1)}$, $1 \leq i \leq 5$, ein!

$x_1^{(1)} =$

$x_2^{(1)} =$

$x_3^{(1)} =$

$x_4^{(1)} =$

$x_5^{(1)} =$

c) Die Struktur des gegebenen Systems (1) legt eine Modifikation des Gauss-Seidel-Verfahrens nahe, die raschere Konvergenz als beim üblichen Gauss-Seidel-Verfahren verspricht. Man gebe diese Modifikation an.

Antwort zu c):

2) (16 Punkte)

Wenn die Werte $f(a)$ und $f(b)$ einer auf $[a, b]$ stetigen Funktion verschiedenes Vorzeichen besitzen, so gibt es mindestens einen Punkt $x^* \in (a, b)$ mit $f(x^*) = 0$. Beim Bisektions-Algorithmus werden Intervall-Halbierungen solange durchgeführt, bis das Intervall, von dem man sicher weiß, daß es eine Nullstelle von f enthält, so klein wie gewünscht ist.

a) Man formuliere (in einer geeigneten Programmiersprache oder Metasprache) den Bisektions-Algorithmus zur Nullstellenbestimmung.

b) Welche absolute Genauigkeit wird nach k Intervall-Halbierungen sicher erreicht?

c) Wie groß ist die Konvergenzordnung des Bisektions-Algorithmus?

d) Ist das Fehlerverhalten der Bisektions-Iteration mit wachsender Anzahl der Intervall-Halbierungen monoton?

3) (16 Punkte)

a) Man bestimme die Parameter α und β in der Funktion

$$y(t) = 1 + \alpha t + \beta t^2$$

so, daß sie dem Datensatz

$$\{(t_i, y_i) : \; t_i = 0.1\, i, \; y_i = \exp(t_i), \; i = 1(1)5\}$$

möglichst gut im Sinn der kleinsten quadratischen Ordinatenabweichung angepaßt sind (Taschenrechnergenauigkeit).

Antwort zu a):

$\alpha =$	$\beta =$

b) Jemand macht den alternativen Ansatz

$$y(t) = 1 + \alpha t + \beta t^2 + (\gamma + t)t$$

mit 3 freien Parametern und versucht wie unter a) vorzugehen. Bei der Bestimmung der Parameter α, β und γ stößt er auf ein Problem. Was ist das Problem und wodurch ist es verursacht?

Antwort zu b):

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!
LVA: WAHRSCH. RECH. & STAT. - VO - DUTTER Preis: ~~25 Seiten~~ € ~~1,82~~ 30 S. 2,18 €

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus Einführung in die Statistik (INF, WMB, MB, VT) (Prof. Dutter)

Wien, am 24. Juni 2003

(Alle Unterlagen sind erlaubt!)

1) Vier befreundete Ehepaare besuchen eine Tanzveranstaltung und vereinbaren, bei einer der Tanzrunden den jeweiligen Partner durch Losentscheid zu bestimmen. Dazu schreiben die vier Herren ihren Namen auf (äußerlich gleichaussehende) Zettel, mischen diese, und dann zieht jede der vier Damen einen dieser Zettel (ohne Zurücklegen). Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft dabei keine von ihnen auf ihren Ehemann? (3)

2) Für den Gehalt einer chemischen Substanz (mg/dm^3) in Wasser bei 100° Celsius in Abhängigkeit von der Zeit s (in Sekunden) ergaben sich folgende Werte:

Zeit	18	20	22	24	26	28	30	32
Gehalt	5.6	5.0	4.6	4.2	3.7	3.4	3.3	3.2

a) Wählen Sie einen linearen Regressionsansatz und schätzen Sie die beiden Parameter der Regressionsgeraden sowie die Varianz σ^2. (3)

b) Geben Sie ein 95 %–Konfidenzintervall für den erwarteten Gehalt nach 33 Sekunden an. (2)

c) Testen Sie (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) auf Abhängigkeit der beiden Variablen. (2)

d) Erstellen Sie eine *vollständige* Stamm- und Blatt-Darstellung der Residuen. (2)

e) Überprüfen Sie (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$), ob die Residuen normalverteilt sind mit einer Varianz $\sigma^2 = 0.2^2$ (Kolmogoroff-Smirnoff Test) (4)

3) Aus einer umfangreichen Datenbank medizinischer Untersuchungen ist bekannt, daß ein bestimmter Blutwert normalverteilt ist mit $\mu_1 = 195$ und $\sigma_1 = 15$ (in ppm). Tritt eine bestimmte Infektion des Patienten auf, so stammt der selbe Blutwert aus einer Normalverteilung mit $\mu_2 = 235$ und $\sigma_2 = 22$. Nachdem die Infektion nur mit großem medizinischen Aufwand nachzuweisen ist, möchte man aufgrund dieses Blutwertes eine einfache Testentscheidung erhalten. Und zwar entscheidet man bei einem Wert bis 220, daß der Patient nicht infiziert ist. Bei höheren Werten nimmt man Infektion an. Wie groß sind die Fehlerwahrscheinlichkeiten 1. und 2. Art bei dieser Testentscheidung? Veranschaulichen Sie die Fehlerwahrscheinlichkeiten in einer Skizze. (4)

Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung: Donnerstag, 26. Juni 2003, um 10.00 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift im 6. Stock (grüner Turm)

Mündliche Prüfung: Freitag, 27. Juni 2003. Anmeldung im Sekretariat von Prof. Dutter (Fr.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus
Einführung in die Statistik (INF, WMB, MB, VT)
(Prof. Dutter)

Wien, am 20. Mai 2003

(Alle Unterlagen sind erlaubt!)

1) Eine Stichprobe der Ergebnisse eines Übungstests bei Studenten der Richtung Wirtschaftsingenieurwesen/Maschinenbau sei in den 3 Übungsgruppen wie in folgender Tabelle gegeben:

	Punkte										$\bar{x}_i$	s_i
Gruppe 1	15	19	5	11	20	4	15	8	8	14	11.9	5.587
Gruppe 2	8	15	6	3	4	13	9	7	13	14	9.2	4.315
Gruppe 3	12	10	12	9	11	10	2	7	5	4	8.2	3.521

Es gilt: $\sum_{i=1}^{30} x_i = 293$

a) Stellen Sie die *gesamten* Daten in *einer* Stamm–und–Blatt–Darstellung zusammen und bestimmen Sie Median und Quartile. (3)

b) Überprüfen Sie grafisch, ob die Werte in der Gruppe 1 normalverteilt sind und schätzen Sie die Parameter grafisch. (2)

c) Überprüfen Sie (unter Normalverteilungsannahme), ob für Gruppe 2 und Gruppe 3 die Varianzen übereinstimmen (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$). (2)

d) Testen Sie (unter Normalverteilungsannahme) in der Gruppe 1 auf $\mu_1 > 10$ (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$). (2)

e) Nehmen Sie an, daß die Daten in den einzelnen Gruppen normalverteilt sind mit der gleichen Varianz σ. Stimmen die mittleren Punktezahlen in den drei Gruppen überein (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)? (4)

2) Gegeben sei folgende Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \frac{x^2}{6} & \text{für } 0 \le x < 1 \\ \frac{1}{6} + \frac{1}{3}(x-1) & \text{für } 1 \le x < 3 \\ -\frac{x^2}{6} + \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} & \text{für } 3 \le x < 4 \\ 1 & \text{für } x \ge 4 \end{cases}$$

a) Berechnen Sie die zugehörige Dichtefunktion. (1)

b) Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$. (2)

c) Es liegt eine Stichprobe von Umfang $n = 40$ vor, die bereits in 4 Klassen K_j ($j = 1, \ldots, 4$) eingeteilt wurde. Man erhielt die folgenden absoluten Klassenhäufigkeiten H_j:

K_j	[0,1)	[1,2)	[2,3)	[3,4)
H_j	10	14	14	2

Überprüfen Sie mit einem geeigneten Testverfahren (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$), ob die Grundgesamtheit nach der oben gegebenen Verteilungsfunktion $F(x)$ verteilt ist. (4)

Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung: Donnerstag, 22. Mai 2003, um 10.00 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift im 6. Stock (grüner Turm)

Mündliche Prüfung: Freitag, 23. Mai 2003. Anmeldung im Sekretariat von Prof. Dutter (Fr. Hamböck) ab 22. Mai, 10.00 Uhr.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus Einführung in die Statistik (INF, WMB, MB, VT) (Prof. Dutter)

Wien, am 29. April 2003

(Alle Unterlagen sind erlaubt!)

1) Die nachstehende Tabelle beinhaltet Beobachtungen von Lebensdauertests an einfachen Geräteschaltern. Diese wurden bei unterschiedlichen Stromstärken bis zum Bruch getestet, wobei die Zahl von Schaltspielen (in Mio.) eingetragen wurde. Als Belastungsstufen wählte man 5 A, 10 A, 15 A und 20 A:

Strom (A)	Schaltspiele (in Mio.)					
5	12.93	13.41	12.80	13.13	13.01	11.63
10	11.41	11.20	10.86	12.05	11.81	11.27
15	10.86	10.33	11.26	10.76	11.05	10.50
20	8.83	9.55	9.69	10.34	10.31	10.01

a) Versuchen Sie einen linearen Regressionsansatz zwischen Lebensdauer (Anzahl der Schaltspiele) und Stromstärke und schätzen Sie die Parameter a, b und σ^2. (3)

b) Geben Sie 95%–Konfidenzintervalle für die unbekannten Parameter an. (3)

c) Geben Sie ein 95%–Konfidenzintervall für die Anzahl von Schaltspielen bei einer Stromstärke von 18 A an. (2)

2) Gegeben sei eine Zufallsvariable X mit folgender Dichte:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & 1 \leq x \leq 2 \ \textit{und} \ 3 \leq x \leq 4 \\ 0 & \textit{sonst} \end{cases}$$

Bestimmen Sie

die Verteilungsfunktion, den Erwartungswert und den Median, die Standardabweichung und den Interquartilabstand.

(5)

3) Ein Produktionsverfahren zur Herstellung von bestimmten elektronischen Bauteilen liefert 10% Ausschuß, 40% Produkte zweiter und 50% Produkte erster Wahl. Aus der laufenden Fertigung werden 4 Bauteile entnommen. Geben Sie den Wahrscheinlichkeitsraum an und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich unter den 4 entnommenen Bauteilen

1. ausschließlich Bauteile erster Wahl befinden,
2. kein Ausschuß und höchstens ein Bauteil zweiter Wahl befindet,
3. mindestens drei Bauteile erster Wahl befinden.

(3)

4) Ein Würfel wurde 9000 mal geworfen. Dabei traten die Augenzahlen 1 bis 6 mit den entsprechenden absoluten Häufigkeiten 1536, 1649, 1416, 1242, 1558, 1599 auf. Man prüfe mit der Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0.10$, ob der Würfel als ideal angesehen werden kann, d.h., ob das Auftreten aller Augenzahlen gleichwahrscheinlich ist.
Hinweis: Chi-Quadrat Anpassungstest (4)

Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung: Montag, 5. Mai 2003, um 10.00 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift im 6. Stock (grüner Turm)

Mündliche Prüfung: Dienstag, 6. Mai 2003. Anmeldung im Sekretariat von Prof. Dutter (Fr. Hamböck) ab 5. Mai, 10.00 Uhr.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus Einführung in die Statistik (INF, WMB, MB, VT) (Prof. Dutter)

Wien, am 18. März 2003

(Alle Unterlagen sind erlaubt!)

1) Über die Zeit X (in Stunden), die ein Techniker benötigt, um eine Maschine zu reparieren, ist bekannt, daß diese einer Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 2$ unterliegt, d.h. X besitzt die Dichte

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

a) Berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion F und stellen Sie diese sowie die Dichte graphisch dar. (2)

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Techniker

i) zwischen 0.2 und 0.4 Stunden (1)

ii) mehr als 12 Minuten (1)

für die Reparatur aufwenden muß?

c) Wieviele Stunden werden durchschnittlich für die Reparatur einer Maschine benötigt? Bestimmen Sie außerdem die Varianz der Reparaturzeit. (3)

2) In einem Betrieb sollen die Zeiten X ermittelt werden, die für die Herstellung eines Produktes notwendig sind. Dabei ergaben sich folgende Zeiten (in Sekunden):

1.41	11.85	5.35	4.98	0.32
0.62	0.71	2.46	11.24	0.42
0.92	1.07	7.47	2.67	0.76
2.10	3.37	0.95	6.07	1.25
2.11	3.41	1.99	6.02	1.78

a) Geben Sie eine vollständige Stamm- und Blattdarstellung an. (2)

b) Zeichnen Sie einen Boxplot (maßstabsgetreu). (3)

3) Im Rahmen einer Laborübung müssen Studenten verschiedener Fachrichtungen Programme für NC-gesteuerte Maschinen entwickeln. Bei Informatikern funktionierten 22 Programme auf Anhieb, während 36 Fehler aufwiesen. Maschinenbaustudenten lieferten 28 fehlerfreie und 16 fehlerhafte Lösungen. Bei den Elektrotechnikern schließlich lag das entsprechende Verhältnis bei 17 zu 5. Weisen die einzelnen Studienrichtungen signifikante Unterschiede in der Programmierperfektion auf (Signifikanzniveau $\alpha = 5$ %) ? (4)

4) Eine stündlich gemittelte Lautstärkemessung in einer Wiener Wohnung ergab folgende Abweichungen (in dB) vom zumutbaren Durchschnittswert 60dB:

Zeit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Abweichung	-15	-18	-13	-17	-12	1	10	22	21	18	15	21
Zeit	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Abweichung	25	16	14	18	19	26	28	17	19	15	6	-1

Es kann angenommen werden, daß die Daten normalverteilt sind!

a) Testen Sie, ob der zumutbare Wert im Tagesschnitt überschritten wird. (Signifikanzniveau 5%) (2)

b) Geben Sie eine robuste Schätzung für das Mittel und für die Streuung der Abweichungswerte an. (2)

Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung: Mittwoch, 19. März 2003, um 14.00 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift im 6. Stock (grüner Turm)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus
Einführung in die Statistik (INF, WMB, MB, VT)
(Prof. Dutter)

Wien, am 28. Jänner 2003

(Alle Unterlagen sind erlaubt!)

1) Aus langjähriger Erfahrung sei bekannt, wie sich die gemeinsame Verteilung der Anzahl der Kinder pro Familie X_1 und der Anzahl der PKW pro Familie X_2 zusammensetzt:

		Anzahl der PKW X_2		
		1	2	3
Anzahl der Kinder X_1	0	0.08	0.28	0.04
	1	0.10	0.14	0.06
	2	0.07	0.05	0.03
	3	0.06	0.03	0.01
	4	0.04	0.01	0.00

Bestimmen Sie

a) die Randverteilungen von X_1 und X_2 (1)

b) die durchschnittliche Anzahl von Kindern bzw. PKW pro Familie (2)

c) die Wahrscheinlichkeit, daß pro Familie genau zwei PKW gefahren und höchstens zwei Kinder zur Familie zählen. (1)

2) Zu Beginn eines Kurses wurden 151 Teilnehmer zufällig in drei Gruppen eingeteilt. Die einzelnen Gruppen wurden mit verschiedenen Methoden unterrichtet. Die gemeinsame Abschlußprüfung brachte folgendes Ergebnis:

Gruppe	Bewertung				
	nicht bestanden	ausreichend	befriedigend	gut	sehr gut
A	6	13	20	7	4
B	10	18	15	5	2
C	18	19	13	1	0

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob die Unterrichtsmethoden einen Einfluß auf die verschiedenen Lernerfolge haben. Beachten Sie, daß keinerlei Verteilungsvoraussetzungen gemacht werden können. (4)

3) Für den gesamten Anhalteweg s (in Meter) in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v (in km/h) eines bestimmten PKW's ergaben sich folgende Werte:

										$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	$\sum x_i y_i$
v	20	30	50	60	70	80	100	120	150	680	65600	
s	9	12	24	36	41	57	72	104	148	503	44931	53210

a) Wählen Sie einen linearen Regressionsansatz und berechnen Sie Schätzwerte für die beiden Parameter der Regressionsgeraden sowie für die Varianz. (3)

b) Testen Sie (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) auf Abhängigkeit der beiden Variablen. (3)

c) Wie groß ist der Anhalteweg eines Fahrzeuges bei einer Geschwindigkeit von 90 km/h? Geben Sie hierfür ein 90%-Konfidenzintervall an. (2)

4) Das Gewicht von 800 Schülern werde durch eine normalverteilte Zufallsvariable X beschrieben. Der Mittelwert beträgt 66 kg und die Standardabweichung 5 kg. Bestimmen Sie die Anzahl von Schülern mit einem Gewicht

a) zwischen 65 und 75 kg, (1)

b) über 72 kg (einschließlich). (1)

5) Gegeben seien folgende Daten von Cushny und Peebles (1905):

0.0, 0.8, 1.0, 1.2, 1.3, 1.3, 1.4, 1.8, 2.4, 4.6

Ist der Wert 4.6 ein Ausreißer? Geben Sie eine statistische Begründung. (2)

Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung: Mittwoch, 29. Jänner 2003, um 14.00 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift im 6. Stock (grüner Turm)

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!
LVA: WAHRSCH. RECH. & STAT.-VO-DUTTER Preis: € 1,82 25 Seiten

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus
Einf. i.d. Statistik für Informatiker (881)
(Prof. Dutter)

Wien, am 9. Oktober 2002

Verteilungsfunktion einer Zufallsgröße X sei gegeben durch

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < 0 \\ cx(3x+2) & \text{für} \quad 0 \le x < 1 \\ \frac{1}{3}(x+1) & \text{für} \quad 1 \le x < 2 \\ 1 & \text{für} \quad x > 2 \end{cases}$$

Berechnen Sie die zugehörige Dichtefunktion f sowie die Konstante c. (2)

Berechnen Sie den Erwartungswert EX. (1)

Berechnen Sie die Varianz $Var(X)$. (1)

Berechnen Sie den Median von X. (2)

inem Betrieb werden in 10 Abteilungen Produkte nach einem bestimmten Verfahren
;estellt. Aufgrund eines Führungswechsels wurde das Verfahren umgestellt. Die Produkseinheiten vor und nach der Umstellung sind in folgender Tabelle aufgelistet:

	Produktionseinheiten									
Vorher	357	112	312	419	221	391	812	199	287	231
Nachher	320	135	321	432	223	409	800	221	301	232

:en Sie, ob der Einfluß des neuen Verfahrens signifikant ist (Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$)
nerkung: Man kann nicht von normalverteilten Daten ausgehen! (3)

3) Von einem Betrieb liegen die jährlichen Umsätze von 1981 bis 1990 vor:

Jahr	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
Umsatz	15.3	16.1	17.2	17.5	18.1	18.6	18.9	19.9	21	21.9

a) Wählen Sie einen linearen Regressionsansatz und schätzen Sie die Parameter a,b und σ^2. (2)

b) Ermitteln Sie den erwarteten Umsatz für das Jahr 1991 und geben Sie dafür ein 95%-Konfidenzintervall an. (2)

4) Die Lebensdauer (in Stunden) elektrischer Bauteile einer bestimmten Sorte wurde gemessen. Nachstehend sei eine Stichprobe von Umfang 40 gegeben:

Funktionsdauer							
491	310	39	1073	1861	920	1409	784
1843	173	965	312	765	882	391	25
680	495	221	285	508	968	1056	247
71	1987	1069	250	4260	1363	671	1560
632	1920	3102	1775	27	1050	232	697

Hinweis: $\sum_{i=1}^{n} x_i = 36679$ $\quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 62086771.$

✓a) Geben Sie eine geordnete Stamm- und Blattdarstellung an. (2)

b) Berechnen Sie den Modalwert, den arithmetischen Mittelwert, das 10% gestutzte Mittel, sowie den Median, und vergleichen Sie die erhaltenen Werte. (2)

c) Erstellen Sie eine 5-Zahlen-Zusammenfassung und zeichnen Sie eine Boxplot-Darstellung. (3)

HINWEIS: Für die Zulassung zur mündlichen Prüfung sind mindestens **10** Punkte erforderlich!

Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung: Donnerstag, 10. Oktober 2002, um 14.00 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift im 6. Stock (grüner Turm)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus Einführung in die Statistik (INF, WMB, MB, VT) (Prof. Dutter)

Wien, am 18. März 2003

(Alle Unterlagen sind erlaubt!)

1) Über die Zeit X (in Stunden), die ein Techniker benötigt, um eine Maschine zu reparieren, ist bekannt, daß diese einer Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 2$ unterliegt, d.h. X besitzt die Dichte

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

a) Berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion F und stellen Sie diese sowie die Dichte graphisch dar. (2)

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Techniker

   i) zwischen 0.2 und 0.4 Stunden (1)

   ii) mehr als 12 Minuten (1)

für die Reparatur aufwenden muß?

c) Wieviele Stunden werden durchschnittlich für die Reparatur einer Maschine benötigt? Bestimmen Sie außerdem die Varianz der Reparaturzeit. (3)

2) In einem Betrieb sollen die Zeiten X ermittelt werden, die für die Herstellung eines Produktes notwendig sind. Dabei ergaben sich folgende Zeiten (in Sekunden):

1.41	11.85	5.35	4.98	0.32
0.62	0.71	2.46	11.24	0.42
0.92	1.07	7.47	2.67	0.76
2.10	3.37	0.95	6.07	1.25
2.11	3.41	1.99	6.02	1.78

a) Geben Sie eine vollständige Stamm- und Blattdarstellung an. (2)

b) Zeichnen Sie einen Boxplot (maßstabsgetreu). (3)

3) Im Rahmen einer Laborübung müssen Studenten verschiedener Fachrichtungen Programme für NC–gesteuerte Maschinen entwickeln. Bei Informatikern funktionierten 22 Programme auf Anhieb, während 36 Fehler aufwiesen. Maschinenbaustudenten lieferten 28 fehlerfreie und 16 fehlerhafte Lösungen. Bei den Elektrotechnikern schließlich lag das entsprechende Verhältnis bei 17 zu 5. Weisen die einzelnen Studienrichtungen signifikante Unterschiede in der Programmierperfektion auf (Signifikanzniveau $\alpha = 5\,\%$) ? (4)

4) Eine stündlich gemittelte Lautstärkemessung in einer Wiener Wohnung ergab folgende Abweichungen (in dB) vom zumutbaren Durchschnittswert 60dB:

Zeit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Abweichung	-15	-18	-13	-17	-12	1	10	22	21	18	15	21
Zeit	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Abweichung	25	16	14	18	19	26	28	17	19	15	6	-1

Es kann angenommen werden, daß die Daten normalverteilt sind!

a) Testen Sie, ob der zumutbare Wert im Tagesschnitt überschritten wird. (Signifikanzniveau 5%) (2)

b) Geben Sie eine robuste Schätzung für das Mittel und für die Streuung der Abweichungswerte an. (2)

Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung: Mittwoch, 19. März 2003, um 14.00 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift im 6. Stock (grüner Turm)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus Einf. i.d. Statistik für Informatiker (881) (Prof. Dutter)

Wien, am 25. Juni 2002

1) Die von drei Anlagen in Flaschen abgefüllte Menge Limonade sei durch folgende Stichprobe gegeben:

Anlage	Abfüllmenge (l)												$\sum x_i$	$\sum x_i^2$
1	0.71	0.70	0.72	0.70	0.69	0.70	0.71	0.71	0.71	0.70			7.05	4.97
2	0.71	0.69	0.70	0.70	0.69	0.70	0.70	0.71	0.70	0.71	0.72	0.71	8.44	5.94
3	0.68	0.69	0.72	0.72	0.68	0.69	0.69	0.70	0.70	0.68	0.69		7.64	5.31

a) Geben Sie für Anlage 2 eine Stamm- und Blattdarstellung an. (2)

b) Stellen Sie die Boxplots der drei Anlagen in einer Grafik (z.B. nebeneinander) dar. (3)

c) Überprüfen Sie mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsnetzes, ob die Werte jeder Anlage aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen. (3)

d) Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die durchschnittlichen Abfüllmengen der drei Anlagen übereinstimmen. Sie können dabei annehmen, dass die Werte der Anlagen 1 bis 3 aus normalverteilten Grundgesamtheiten mit gleichen Varianzen kommen. (4)

Sie können nun annehmen, dass die Abfüllmenge duch eine normalverteilte Zufallsgröße mit dem Mittel $\mu = 0.7\ l$ und der Varianz $\sigma^2 = 0.0001\ l^2$ beschrieben wird.

e) Wie groß ist der Anteil an Limonadenflaschen, deren Abfüllinhalt zwischen 0.67 und 0.73 l liegt? (1)

f) Welche Abweichungen vom Mittelwert $\mu = 0.7\ l$ sind als zulässig zu erklären, wenn nur 2% Ausschuß erzielt werden soll? (2)

g) Berechnen Sie die Varianz, wenn die Abfüllmenge normalverteilt ist mit $\mu = 0.7\ l$ und 95% der Abfüllmengen zwischen 0.69 und 0.71 l liegen soll. (2)

2) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Steuerteil eines Herstellers für ein Passagierflugzeug mindestens 1000 Stunden problemlos funktioniert, sei 0.96. Aus Sicherheitsgründen werden in ein Flugzeug so viele parallelgeschaltete Steuerteile eingebaut, dass die Funktionstüchtigkeit mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.999 in einem Zeitintervall von 1000 Stunden gewährleistet ist. Wie viele solche Steuerteile muss man einbauen, wenn sie bezüglich ihrer Funktionsdauer als voneinander unabhängig gelten können? (3)

HINWEIS: Für die Zulassung zur mündlichen Prüfung sind mindestens **10** Punkte erforderlich!

Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung: Mittwoch, 26. Juni 2002, um 15.00 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift im 6. Stock (grüner Turm)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus **Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (Prof. Dutter)**

Wien, am 23. April 2002

2-stündig, mit Unterlagen

1) Bei der Abfüllung von Mehl wurden zwei Maschinen untersucht. Aus jeder Produktion wurden einige Packungen als Stichprobe entnommen, und das Gewicht von Normpackungen (in g) ermittelt:

	Probe											
Maschine 1	997.5	991.3	998.7	1007.1	1001.7	1000.9	997.7	985.5	1007.3	998.1	1000.7	
Maschine 2	976.3	992.9	964.5	981.1	988.1	980.3	967.2	992.2	973.9	985.3	983.9	962.4	986.9

a) Untersuchen Sie mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsnetzes, ob das Gewicht der Mehlpackungen für jede Maschine annähernd normalverteilt ist und schätzen Sie die Parameter grafisch. (2)

b) Stimmen die Varianzen der Gewichte unter der Annahme der Normalverteilung überein (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) ? (2)

c) Prüfen Sie unter der gleichen Annahme, ob beide Maschinen hinsichtlich des Durchschnittsgewichtes gleich produzieren (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) ? (2)

2) Eine Woche lang wurde jeden Tag eine Stichprobe aus der Produktion von Schokoladepralinen beobachtet, wobei für das Gewicht der Nougatfüllung (Nenngewicht 10g) folgendes Meßprotokoll anfiel:

Tag	Probe				
Mo	9.87	9.91	9.74	9.81	9.92
Di	9.20	10.68	9.71	9.76	10.48
Mi	9.92	10.86	9.76	9.35	9.49
Do	10.60	10.08	9.79	10.57	10.75
Fr	8.68	9.83	9.64	9.18	9.32

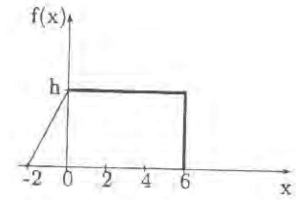
Unter der Annahme, dass die Daten an den einzelnen Tagen normalverteit mit der gleichen Varianz σ sind, testen Sie, ob das durchschnittliche Gewicht über die Woche gleich bleibt? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) (4)

3) Gegeben sei eine Zufallsgröße X mit einer Dichte von der in der Zeichnung angegebenen Form. Bestimmen Sie:

a) Den Wert h sowie Dichte- und Verteilungsfunktion (3)

b) Median (1)

c) Die Wahrscheinlichkeit, dass $|x| \leq 2$ ist (1)



4) Im Rahmen einer Laborübung müssen Studenten verschiedener Fachrichtungen Programme für NC–gesteuerte Maschinen entwickeln. Bei Informatikern funktionierten 22 Programme auf Anhieb, während 36 Fehler aufwiesen. Maschinenbaustudenten lieferten 28 fehlerfreie und 16 fehlerhafte Lösungen. Bei den Elektrotechnikern schließlich lag das entsprechende Verhältnis bei 17 zu 5. Weisen die einzelnen Studienrichtungen signifikante Unterschiede in der Programmierperfektion auf (Signifikanzniveau $\alpha = 5$ %) ? (4)

Mündliche Prüfung: am Freitag, 26. April 2002
Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Mittwoch, 24. April 2002 um 14 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus **Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (Prof. Dutter)**

Wien, am 19. März 2002

2-stündig, mit Unterlagen

1) Zwei sparsame Studenten A und B führen genaue Buchhaltung über ihre monatlichen Ausgaben im Jahr 1997 (Werte in ÖS):

	Jan	Feb	März	Apr	Mai	Juni
A	3.217,-	3.936,-	4.721,-	3.819,-	4.289,-	4.190,-
B	3.822,-	3.745,-	3.966,-	3.690,-	4.125,-	4.712,-
	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dez
A	3.862,-	4.422,-	4.299,-	3.755,-	3.281,-	4.327,-
B	3.901,-	4.210,-	3.480,-	3.500,-	4.111,-	4.212,-

Seien x_i die Werte von Student A und y_i jene von Student B ($i = 1, \ldots, 12$). Es gilt:

$\sum_i x_i =$ 48118 $\quad \sum_i x_i^2 =$ 195203852

$\sum_i y_i =$ 47474 $\quad \sum_i y_i^2 =$ 189140100 $\quad \sum_i x_i y_i =$ 190785512

a) Geben Sie eine Stamm- und Blattdarstellung für die Werte von Student A an. (2)

b) Gibt es bei den Werten von Student A Ausreißer (Annahme: Normalverteilung)? (Begründung mit dem ZSCORE) (2)

c) Geben Sie getrennte parallele Boxplot-Darstellungen für die Werte der Studenten A und B an. (3)

d) Können die Werte des Studenten A als Prognose für die Ausgaben von Student B herangezogen werden? Führen Sie dazu einen Test auf Abhängigkeit ($H_0 : b = 0$) auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ durch. (3)

2) Die durchschnittliche Länge von Metallstiften soll geschätzt werden. Eine Stichprobe vom Umfang 36 liefert eine mittlere Länge von $\bar{x} = 38.5mm$. Aus früheren Untersuchungen sei bekannt, daß die Länge der Metallstifte normalverteilt ist und die produzierende Maschine mit einer Standardabweichung von $\sigma = 1.6mm$ arbeitet.

a) Geben Sie ein 96%-Konfidenzintervall für die erwartete Metallstiftlänge an. (2)

b) Welchen Umfang muss eine Stichprobe haben, damit das 96%-Konfidenzintervall für die mittlere Stiftlänge höchstens halb so breit ist, wie das unter a) berechnete? (2)

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit überdeckt das Intervall $[38.1\ mm; 38.9\ mm]$ die erwartete Metallstiftlänge? (2)

3) In einem Betrieb werden an drei Maschinen Werkstücke produziert. Die Qualität dieser wird in vier Stufen eingeteilt (I...Sehr gut, II...Gut, III...brauchbar, IV...unbrauchbar). An einem Arbeitstag wurde die Anzahl der hergestellten Stücke erfasst und in nachfolgender Tabelle angeführt:

	Qualität			
Maschine	I	II	III	IV
A	8	12	8	4
B	8	20	7	4
C	15	13	1	0

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Maschinen einen Einfluss auf die Produktionsqualität haben. (Beachten Sie, dass keine Verteilungsvoraussetzungen gemacht werden können.) (4)

Mündliche Prüfung: am Freitag, 22. März 2002

Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Mittwoch, 20. März 2002 um 14 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus **Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (Prof. Dutter)**

Wien, am 29. Jänner 2002 — 2-stündig, mit Unterlagen

1) Beim Zusammenbau eines Elektrogeräts werden fünf Widerstände und vier Kondensatoren verwendet. Die Ausschußwahrscheinlichkeit für einen Widerstand sei 4%, die für einen Kondensator 5%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß mindestens ein fehlerhaftes Bauteil eingebaut wird? Die Unabhängigkeit von Widerständen und Kondensatoren sei vorausgesetzt. (2)

2) Bei einer Umfrage über die Pflicht zur Einführung von Nichtraucherzonen in Gaststätten wurden 300 Personen befragt, von denen sich 138 für die Einführung aussprachen. Testen Sie die Hypothese, daß sich mehr als die Hälfte der Grundgesamtheit für die Einführung aussprechen würde (Signifikanzniveau 5%). (3)

3) Von einem Produktionsprozeß werden folgende Werte als Qualitätsmerkmal geliefert:

`5.7 1.4 7.8 5.1 4.7 -37.0 8.0 6.3 -0.2 4.9`

a) Geben Sie eine geordnete Stamm- und Blattdarstellung der Daten an. (2)

b) Prüfen Sie grafisch, ob die Werte einer Normalverteilung entstammen. (1)

c) Geben Sie geeignete Schätzungen für den Erwartungswert und die Standardabweichung an. (2)

4) Gegeben seien die folgenden konkreten Stichproben aus zwei normalverteilten unabhängigen Grundgesamtheiten mit den Mittelwerten μ_X bzw. μ_Y und den Varianzen σ_X^2 bzw. σ_Y^2:

X	2.33	4.69	2.80	3.59	3.45	3.64	3.04	3.00	3.41	2.03
Y	2.08	1.72	0.71	1.65	2.56	3.27	1.21	1.58	2.13	2.92

a) Ermitteln Sie (zweiseitige) Konfidenzintervalle mit Überdeckungswahrscheinlichkeit 0.95 für σ_X^2 und σ_Y^2. Wie sind diese Konfidenzintervalle zu interpretieren? (2)

b) Prüfen Sie die Gleichheit der Varianzen σ_X^2 und σ_Y^2 mit der Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0.02$. (2)

c) Nehmen Sie nun die Gleichheit der Varianzen an und prüfen Sie mit der Irrtumswahrscheinlichkeit 1%, ob beide Stichproben aus Grundgesamtheiten mit gleichen Verteilungen stammen (d.h. Test auf Gleichheit der Mittel). (3)

Hinweis: Es gilt: $\sum x_i = 31.98$, $\sum y_i = 19.83$, $\sum x_i^2 = 107.2958$, $\sum y_i^2 = 44.7817$.

5) Zum Vergleich zweier Eignungstests A und B wurden beide an 8 Versuchspersonen durchgeführt. Die nachstehende Tabelle beinhaltet die bei den Testverfahren erzielten Punktezahlen:

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	117	142	132	84	149	94	107	104
B	158	154	162	129	190	146	110	124

Sie können annehmen, daß die Werte der beiden Verfahren bivariat normalverteilt sind. Besteht zwischen den beiden Verfahren ein linearer Zusammenhang (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)? (3)

Mündliche Prüfung: am Freitag, 1. Februar 2002
Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Mittwoch, 30. Jänner 2002 um 14 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Schriftliche Prüfung zur Vorlesung aus **Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (Prof. Dutter)**

Wien, am 18. Dezember 2001 — 2-stündig, mit Unterlagen

1) Zu Beginn eines Kurses wurden 142 Teilnehmer zufällig in drei Gruppen eingeteilt. Die einzelnen Gruppen wurden mit verschiedenen Methoden unterrichtet. Die gemeinsame Abschlußprüfung brachte folgendes Ergebnis:

	Bewertung				
Gruppe	nicht bestanden	ausreichend	befriedigend	gut	sehr gut
A	5	11	19	9	3
B	12	15	15	4	3
C	13	19	12	2	0

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob die Unterrichtsmethoden einen Einfluß auf die verschiedenen Lernerfolge haben. (Über die Verteilung der Daten kann keine Aussage gemacht werden.) (3)

2) In 30 landwirtschaftlichen Betrieben unterschiedlicher Größe wurden die Einkünfte aus der Schweinezucht für die Jahre 1990 und 2000 verglichen. Nachstehende Tabelle gibt das Verhältnis (in Prozent) der Einkünfte aus 2000 zu 1990 an.

-10.7	3.3	1.5	-5.2	-12.9	-4.9	-15.9	5.0	-2.0	-1.7
-13.1	5.1	0.5	-26.6	28.5	-10.9	-6.7	-5.8	0.2	-9.0
-14.4	-1.2	-13.8	1.2	0.3	-27.5	-3.7	0.0	1.6	2.1

a) Geben Sie eine vollständige geordnete Stamm- und Blattdarstellung der Werte an. (2)

b) Testen Sie (unter der Annahme normalverteilter Werte), ob die durchschnittlichen Einkünfte im betrachteten Zeitraum geringer geworden sind ($\alpha = 5\%$).
Hinweis: $\sum x_i = -136.7$, $\sum x_i^2 = 3803.53$ (2)

c) Berechnen Sie (unter der Annahme normalverteilter Werte) ein 95%-Konfidenzintervall für das mittlere Einkommensverhältnis der Grundgesamtheit. (2)

3) Über die Zeit X (in Stunden), die ein Techniker benötigt, um eine Maschine zu reparieren, ist bekannt, daß diese einer Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 2$ unterliegt, d.h. X besitzt die Dichte

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

a) Berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion F und stellen Sie diese sowie die Dichte graphisch dar. (2)

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Techniker

i) zwischen 0.2 und 0.4 Stunden (1)

ii) mehr als 12 Minuten (1)

für die Reparatur aufwenden muß?

c) Wieviele Stunden werden durchschnittlich für die Reparatur einer Maschine benötigt? Bestimmen Sie außerdem die Varianz der Reparaturzeit. (3)

4) Von einem Betrieb liegen die jährlichen Umsätze von 1981 bis 1990 vor:

Jahr	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
Umsatz	15.3	16.1	17.2	17.5	18.1	18.6	18.9	19.9	21	21.9

a) Wählen Sie einen linearen Regressionsansatz und schätzen Sie die Parameter a,b und σ^2. (2)

b) Ermitteln Sie den erwarteten Umsatz für das Jahr 1991 und geben Sie dafür ein 95%-Konfidenzintervall an. (2)

Mündliche Prüfung: am Freitag, 21. Dezember 2001
Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Mittwoch, 19. Dezember 2001 um 15 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880,881)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 16. Oktober 2001 2-stündig, mit Unterlagen

1) Bevor eine Reihe gleichartiger PCs mit Speicherbausteinen nachgerüstet wird, untersucht man die Qualität der angebotenen Chips. Dazu werden sie einem definierten Funktionsdauertest unter verschärften Umgebungsbedingungen unterworfen (damit wird die Funktionsdauer in der Regel reduziert!). Vier verschiedene Fabrikate werden dabei untersucht und die Funktionsdauer (in h) beobachtet:

Fabrikat	Funktionsdauer (in h)					
A	527	1245	6112	1133	1415	
B	3222	394	733	1535	922	1039
C	374	845	1552	294		
D	828	3112	1478	290	744	

Gehen Sie davon aus, daß die Funktionsdauern *logarithmisch normalverteilt* sind mit den Parametern μ_i ($i \in \{A, B, C, D\}$) und $\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma_C^2 = \sigma_D^2 = \sigma^2$. Überprüfen Sie die Hypothese, daß die Qualität (d.h. μ) der Speichertypen gleich ist (Signifikanzniveau α=0.05). (5)

2) Folgende Tabelle gibt Aufschluß über die Ersparnisse von privaten Haushalten sowie deren verfügbare Einkünfte in den Jahren 1991-2000 (in Mill. WE):

Jahr	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Einkommen	34.2	40.8	42.5	47.3	50.1	52.6	56.9	61.4	73.5	76.7
Ersparnisse	2.8	4.1	4.5	4.3	4.9	5.8	7.0	7.7	8.1	8.8

a) Zeichnen Sie eine Boxplot-Darstellung der Variable "Ersparnisse". (2)

b) Es wird vermutet, daß die Ersparnisse annähernd linear vom verfügbaren Einkommen abhängen. Schätzen Sie die Parameter der Regressionsgeraden und die Fehlervarianz. (3)

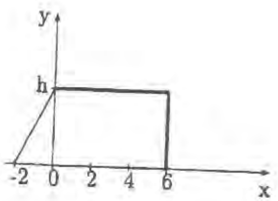
c) Testen Sie die in b) angestellte Vermutung auf dem Niveau $\alpha = 0.05$. (2)

3) Gegeben sei eine Zufallsgröße X mit einer Dichte von der in der Zeichnung angegebenen Form. Bestimmen Sie:

a) Dichte- und Verteilungsfunktion (3)

b) Median (1)

c) Die Wahrscheinlichkeit,daß $| x |\leq 2$ ist (1)



4) In einer Fabrik wurden innerhalb eines Jahres 100 Fälle registriert, in denen ein Arbeitnehmer genau einen Tag bei der Arbeit fehlte. Dabei ergaben sich folgende Häufigkeiten:

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr
Anzahl	22	19	16	18	25

Testen Sie auf einem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Arbeitsausfälle gleichmäßig auf die einzelnen Arbeitstage verteilt sind. (3)

Mündliche Prüfung: am Montag, 22. Oktober 2001
Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Donnerstag, 18. Oktober 2001 um 9 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880,881)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 27. Juni 2001 2-stündig, mit Unterlagen

1) Eine Stichprobe der Ergebnisse eines Übungstests bei Studenten der Richtung Wirtschaftsingenieurwesen/Maschinenbau sei in den 3 Übungsgruppen wie in folgender Tabelle gegeben:

	Punkte										$\bar{x}_i$	s_i
Gruppe 1	15	19	5	11	20	4	15	8	8	14	11.9	5.587
Gruppe 2	8	15	6	3	4	13	9	7	13	14	9.2	4.315
Gruppe 3	12	10	12	9	11	10	2	7	5	4	8.2	3.521

Es gilt: $\sum_{i=1}^{30} x_i = 293$

a) Stellen Sie die *gesamten* Daten in *einer* Stamm–und–Blatt–Darstellung zusammen und bestimmen Sie Median und Quartile. (2)

b) Überprüfen Sie graphisch, ob die Werte in der Gruppe 1 normalverteilt sind und schätzen Sie die Parameter graphisch. (2)

c) Überprüfen Sie (unter Normalverteilungsannahme), ob für Gruppe 2 und Gruppe 3 die Varianzen übereinstimmen (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$). (2)

d) Testen Sie (unter Normalverteilungsannahme) in der Gruppe 1 auf $\mu_1 > 10$ (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$). (2)

e) Nehmen Sie an, daß die Daten in den einzelnen Gruppen normalverteilt mit der gleichen Varianz σ sind. Stimmen die mittleren Punktezahlen in den drei Gruppen überein (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) ? (4)

2) Bei einer Lieferung von Kondensatoren sei deren Kapazität normalverteilt mit dem Mittelwert 10 μF und der Varianz 0.004 $(\mu F)^2$. Wieviel Prozent Ausschuß sind zu erwarten, wenn die Kapazität der Kondensatoren

a) um maximal $\pm$ 0.03 μF vom Sollwert 10 μF abweichen darf? (2)

b) Wie muß man die Toleranzgrenzen 10 μF + c und 10 μF - c wählen, damit man genau 5 % Auschuß erhält ? (2)

3) In einem Büro arbeiten vier Sekretärinnen, die 40%, 10%, 30% und 20% der Unterlagen wegordnen. Die Wahrscheinlichkeiten, daß hierbei Fehler auftreten sind 0.01, 0.04, 0.06 und 0.1.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler gemacht wird? (2)

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die dritte Sekretärin einen Fehler macht? (2)

Mündliche Prüfung: ab Freitag, 29. Juni 2001
Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Donnerstag, 28. Juni 2001 um 13 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880,881)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 9. Mai 2001 2-stündig, mit Unterlagen

1) Die Zufallsgröße X sei stetig gleichmäßig verteilt auf $[-1,1]$, d.h. ihre Dichtefunktion f ist gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < -1 \\ \frac{1}{2} & \text{für} \quad -1 \leq x < 1 \\ 0 & \text{für} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

a) Berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion F. (2)

b) Berechnen Sie den Erwartungswert von X. (2)

c) Berechnen Sie die Varianz von X. (2)

2) Zur Erkennung einer bestimmten Krankheit wird ein Test verwendet, der bei 99% aller Kranken eine Erkrankung diagnostiziert. Allerdings zeigt der Test irrtümlicherweise bei 0.1% aller Gesunden eine Erkrankung an. Dieser Test wird zur Untersuchung einer Population verwendet, in der erfahrungsgemäß 1% Kranke sind. Eine aus dieser Population zufällig ausgewählte Person unterzieht sich dem Test, und es wird eine Erkrankung angezeigt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese Person wirklich krank?

(4)

3) Zu Beginn eines Kurses wurden 142 Teilnehmer zufällig in drei Gruppen eingeteilt. Die einzelnen Gruppen wurden mit verschiedenen Methoden unterrichtet. Die gemeinsame Abschlußprüfung brachte folgendes Ergebnis:

Gruppe	Bewertung				
	nicht bestanden	ausreichend	befriedigend	gut	sehr gut
A	5	11	19	9	3
B	12	15	15	4	3
C	13	19	12	2	0

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob die Unterrichtsmethoden einen Einfluß auf die verschiedenen Lernerfolge haben. (Über die Verteilung der Daten kann keine Aussage gemacht werden.)
(3)

4) An einem bestimmten Ort wurde während eines Jahres in regelmäßigen Abständen die Durchschnittstemperatur (in Grad Celsius) festgehalten. Dabei ergaben sich folgende Werte:

Werte in Grad Celsius								$\sum_{i=1}^{30} x_i$	$\sum_{i=1}^{30} x_i^2$	$\sum_{i=1}^{30} x_i^3$	$\sum_{i=1}^{30} x_i^4$
-1.1	20.9	16.6	3.0	10.8	24.5	14.4	14.8	383.2	7654.74	162467.9	3637930
26.9	15.4	2.8	17.7	17.6	17.2	19.4	19.1				
20.3	20.7	-1.0	22.3	23.0	12.7	15.2	30.0				

a) Bestimmen Sie eine geordnete Stamm- und Blattdarstellung. (3)

b) Überprüfen Sie mit dem Wahrscheinlichkeitsnetz, ob den Daten eine Normalverteilung zugrunde liegt. (2)

c) Geben Sie jeweils zwei Schätzer für den Orts- bzw. Streuungsparameter an. (2)

Mündliche Prüfung: Freitag, 11. Mai 2001
Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Donnerstag, 10. Mai 2001 um 13 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

Schriftliche Prüfung aus
Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880,881)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 21. März 2001 2-stündig, mit Unterlagen

1) Bei einer Umfrage vor einer Wahl sagten 285 der 2000 befragten Personen, sie würden nicht zur Wahl gehen. Nachdem in der Zwischenzeit ein heißes 'Kopf an Kopf-Rennen' zweier Blöcke bekanntgegeben wurde, betrug die tatsächliche Wahlbeteiligung 88.5 %. Kann daraus mit 99%-iger Sicherheit geschlossen werden, daß in der Zwischenzeit Personen, die ursprünglich nicht zur Wahl gehen wollten, umgestimmt wurden ? (3)

2) Die Lebensdauer (in Stunden) elektrischer Bauteile einer bestimmten Sorte wurde gemessen. Nachstehend sei eine Stichprobe von Umfang 40 gegeben:

Funktionsdauer							
491	310	39	1073	1361	920	1409	784
1843	173	965	312	765	832	381	25
680	495	231	255	508	968	1056	247
71	1987	1059	230	4250	1353	671	1500
632	1920	3102	1775	27	1050	232	697

Hinweis: $\sum_{i=1}^{n} x_i = 36679 \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 62086771.$

a) Geben Sie eine geordnete Stamm- und Blattdarstellung an. (2)

b) Berechnen Sie den Modalwert, den arithmetischen Mittelwert aus den nichtklassierten und den klassierten Werten, das 10% gestutzte Mittel, sowie den Median, und vergleichen Sie die erhaltenen Werte. (3)

c) Wie würden sich die unter b) berechneten Werte ändern, wenn der Datenwert 4250 zehn mal so groß wäre? (3)

d) Erstellen Sie eine 5-Zahlen-Zusammenfassung und zeichnen Sie eine Boxplot-Darstellung. (3)

e) Überprüfen Sie auf dem 5%-Niveau, ob der Datensatz aus einer exponentialverteilten Grundgesamtheit stammt. Verwenden Sie den Maximum-Likelihood Schätzer für den Parameter λ der Exponentialverteilung, der sich aus $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{x}}$ berechnet.

Hinweis: Die Verteilungsfunktion der Exponentialverteilung ist gegeben durch

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad \text{für} \quad x \geq 0 \quad (\text{sonst } 0).$$

(4)

3) Ein Kind spielt mit Buchstaben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei völlig zufälliger Aneinanderreihung der Buchstaben

a) A, O, T, U das Wort "AUTO", (1)

b) E, M, R, T, T, U das Wort "MUTTER" (1)

entsteht?

Mündliche Prüfung: Montag, 26. März 2001
Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Donnerstag, 22. März 2001 um 13 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880,881)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 30. Jänner 2001 2-stündig, mit Unterlagen

1) Auf einem Versuchsfeld werden 4 Sorten Weizen auf ihren Ertrag getestet. Dazu wurden die Erträge von je 7 jeweils 50 m langen Reihen dieser Sorte gewogen. Dabei ergaben sich folgende Gewichte (in *kg*) pro Reihe:

	Reihe							$\bar{x}_i$	s_i
Sorte	1	2	3	4	5	6	7		
1	3.7	3.7	3.4	4.1	4.0	3.1	2.9	3.557	0.4467
2	4.1	3.9	3.6	3.2	3.5	4.0	4.2	3.786	0.3625
3	5.1	3.6	4.0	3.7	3.1	3.1	2.7	3.614	0.7883
4	4.8	3.3	3.9	4.7	3.8	3.8	4.4	4.100	0.5477

Es gilt: $\sum_{i=1}^{28} x_i = 105.4 \qquad \sum_{i=1}^{28} x_i^2 = 405.5$

✓ a) Stellen sie die *gesamten* Daten in *einer* Stamm-und-Blatt-Darstellung zusammen. (2)

t b) Nehmen Sie an, daß die Werte der vier Weizensorten normalverteilt sind mit gleichen Varianzen. Stimmen die mittleren Gewichte der vier Sorten überein? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) (4)

t c) Testen Sie (wiederum unter der Annahme der Normalverteilung), ob die Varianzen der 3. und 4. Sorte übereinstimmen. (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) (1)

? d) Stellen sie die Werte der Sorten 3 und 4 mittels paralleler Boxplots einander gegenüber. Welche Aussagen lassen sich aus dieser Darstellung ableiten (auch in Bezug zu Punkt b))? (4)

e) Überprüfen Sie mit dem Wahrscheinlichkeitspapier, ob die Werte der Sorte 3 bzw. 4 normalverteilt sind. (2)

noch offen

f) Nehmen Sie an, daß die Werte multivariat normalverteilt sind, und testen Sie, ob die Werte der Sorten 1 und 2 unkorreliert sind. (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) (3)

2) Zwei Freunde spielen 2 Würfelspiele. Das eine wird mit einem, das andere mit zwei Würfeln gespielt. Derjenige, der mit einem Würfel spielt, wirft doppelt so oft, wie der andere. Als Ergebnis eines Spiels wird die erzielte Augenzahl (beim Werfen mit einem Würfel) bzw. die Summe der erzielten Augenzahlen (beim Werfen mit zwei Würfeln) angesehen.

a) Wenn das Ergebnis eines Spiels 2 ist, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, daß das Spiel mit einem Würfel gespielt wurde ? (2)

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine 3 als Ergebnis erzielt wird ? (2)

Mündliche Prüfung: Freitag, 2. Februar 2001

Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Mittwoch, 31. Jänner 2001 um 13 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880,881)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 25. 6. 97 2-stündig

1. Die Montagezeit sei normalverteilt mit dem Mittel $\mu = 150$ Minuten und einer Varianz von $\sigma^2 = 20^2$ $Minuten^2$. Um eine gleichmäßigere Arbeitsweise zu erreichen, möchte man die Produktion umstellen, falls ein Verfahren entwickelt wird, bei dem die Standardabweichung kleiner als 10 Minuten wird.

   Nach einem neuen Verfahren wird eine Stichprobe von 30 zufällig ausgewählten Montagezeiten gezogen. Danach soll die über eine Umstellung entschieden werden. Wie groß darf die Streuung dieser Stichprobe höchstens sein, damit die Irrtumswahrscheinlichkeit bei einer Entscheidung für $\sigma < 10$ höchstens 0.05 ist? (Hinweis: man betrachte die Hypothese $H_0 : \sigma^2 = 100$ mit der Alternative $H_1 = \sigma^2 < 100$) (4)

2. In einer Fabrik wurden innerhalb eines Jahres 100 Fälle registriert, in denen ein Arbeitnehmer genau einen Tag bei der Arbeit fehlte. Dabei ergaben sich folgende Häufigkeiten:

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr
Anzahl	22	19	16	18	25

   Testen Sie auf einem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Arbeitsausfälle gleichmäßig auf die einzelnen Arbeitstage verteilt sind. (4)

3. Die Zufallsgröße X sei im Intervall $-1 \leq x \leq 1$ gleichverteilt. Berechnen Sie Dichte, Erwartungswert und Varianz von $Y = X^3$. (4)

4. Die nachstehende Tabelle beinhaltet Beobachtungen von Lebensdauertests an einfachen Geräteschaltern. Diese wurden bei unterschiedlichen Stromstärken bis zum Bruch getestet, wobei die Zahl von Schaltspielen (in Mio.) eingetragen wurde. Als Belastungsstufen wählte man 5 A, 10 A, 15 A und 20 A:

Strom (A)	Schaltspiele (in Mio.)					
5	12.93	13.41	12.80	13.13	13.01	11.63
10	11.41	11.20	10.86	12.05	11.81	11.27
15	10.86	10.33	11.26	10.76	11.05	10.50
20	8.83	9.55	9.69	10.34	10.31	10.01

   a) Versuchen Sie einen linearen Regressionsansatz zwischen Lebensdauer (Anzahl der Schaltspiele) und Stromstärke und schätzen Sie die Parameter a, b und σ^2. (3)

   b) Geben Sie 95 %-Konfidenzintervalle für die unbekannten Parameter an. (3)

   c) Geben Sie ein 95 % Konfidenzintervall für die Anzahl von Schaltspielen bei einer Stromstärke von 18 A an. (2)

Mündliche Prüfung: ab Freitag, 27. 6. 1997
Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Donnerstag, 26. 6. 97 um 12 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880,881)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 16. 4. 97 2-stündig

1. Nach Angabe des Herstellers eines bestimmten PKW-Typs ist der Benzinverbrauch im Stadtverkehr annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 9.1\ l/100km$ und der Streuung $\sigma = 2.1\ l/100km$. Zur Überprüfung der Angaben des Herstellers führte eine Verbraucherorganisation einen Test an 29 Fahrzeugen mit zwei Personen durch. Dabei ergaben sich für den Durchschnittsverbrauch folgende Werte:

Prüfer A	11.45	8.14	12.18	13.04	9.86	8.13	10.71	6.95	10.65	10.85
	11.22	9.62	7.07	10.19	8.81	10.33				
Prüfer B	10.93	6.18	6.85	14.23	10.28	9.83	10.45	6.45	12.43	9.45
	11.30	6.08	7.37							

(a) Geben Sie eine **geordnete** Stamm- und Blattdarstellung für den **gesamten** Datensatz an. (2)

(b) Überprüfen Sie graphisch, ob die Werte aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen und schätzen Sie die Parameter graphisch. (2)

(c) Nehmen Sie nun an, daß die Daten aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen. Testen Sie nun auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Angaben des Herstellers richtig sind und nicht zum Nachteil des Konsumenten. (3)

(d) Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob sich die durchschnittlichen Verbrauchswerte hinsichtlich der Prüfer unterscheiden. (3)

2. Bevor eine Reihe gleichartiger PCs mit Speicherbausteinen nachgerüstet werden, untersucht man die Qualität der angebotenen Chips. Dazu werden sie einem definierten Funktionsdauertest unter verschärften Umgebungsbedingungen unterworfen (damit wird die Funktionsdauer in der Regel reduziert!). Vier verschiedene Fabrikate werden dabei untersucht und die Funktionsdauer (in h) beobachtet:

Fabrikat	Funktionsdauer (in h)					
A	527	1245	6112	1133	1415	
B	3222	394	733	1535	922	1039
C	374	845	1552	294		
D	828	3112	1478	290	744	

a) Überprüfen sie graphisch, ob den Daten des Fabrikats **B** eine logarithmische Normalverteilung zugrundeliegt. (2)

b) Gehen Sie davon aus, daß die Funktionsdauern *logarithmisch normalverteilt* sind mit den Parametern μ_i ($i \in \{A, B, C, D\}$) und $\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma_C^2 = \sigma_D^2 = \sigma^2$. Überprüfen Sie die Hypothese, daß die Qualität (d.h. μ) der Speichertypen gleich ist (Signifikanzniveau α=0.05). (5)

3. Ein begeisteter Fußballfan gibt jede Woche Tototips ab, wobei er die Ziffern 0 (Unentschieden), 1 (Heimsieg), 2 (Auswärtssieg) unter Zuhilfenahme der Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$P(X = k) = \begin{cases} \frac{1}{4} + ak + bk^2 & k = 0, 1, 2 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

verteilt. Die Größen a und b hält er geheim. Es ist aber bekannt, daß für seine Tips außerdem $P(X = 1) = \frac{1}{2}$ gilt. Bestimmen Sie a und b sowie die zugehörige Verteilungsfunktion. Stellen Sie ferner die Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion graphisch dar. (3)

Mündliche Prüfung: Freitag, 18. 4. 1997

Anmeldung: Nach Aushang der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung (Donnerstag, 17. 4. 97 um 12 Uhr an der Tafel gegenüber vom Lift) im Sekretariat von Herrn Prof. Dutter.

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!

LVA: WAHRSCHEINLK. RECHNG. u. STATISTIK - VO - DUTTER Preis: 22,-

Wahrscheinlichkeitsr. & Statistik (Prof. Dutter) WS 95/96

mündlich

- Regressionsgerade: Wozu? ; Ansatz; Was wird geschätzt?, Freiheitsgrade? (bei N=100)
- Wie kann man feststellen, ob eine Stichprobe (N=100) normalverteilt ist?
  Schätzung f. μ, σ - Konfidenzintervalle
- Was ist ein Konfidenzintervall?
- Wie sieht Normal-, t-, F-, Chi-Quadrat Verteilung aus? (Skizze)
- Wie ist Freiheitsgrad definiert? Beispiel.
- Wozu Varianzanalyse? Voraussetzungen!
- Was ist eine Zufallsvariable — " —
- Wie kann ich feststellen, ob die μ zweier Verteilungen gleich sind?
- — " — σ — " —
- Was ist Fehler 1. Art, 2. Art - Wo können sie auftreten?
- Chi^2 Test: Wozu braucht man ihn; wie funktioniert er (verbale Beschreibung)

WS 2001

- Wie wird Regressionsgerade angesetzt? $y = kx + d$
  - Wo ist darin die Varianz enthalten?
  - Wie berechnet man die Geradengleichung?

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!

LVA: WAHRSCHEINL.K.RECHNG. u. STATISTIK - VO - DUTTER

Preis:

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 8. 3. 95 2-stündig

1) Die Zufallsvariable der Länge von bestimmten Bauteilen des Typs **A** sei etwa $N(45, 4^2)$-, die des Typs **B** etwa $N(46, 4^2)$-verteilt. Aus einer Meßreihe vom Umfang 500 sei nicht mehr feststellbar, ob Typ A oder Typ B gemessen wurde.

   a) Folgende Testentscheidung wird benutzt: Gilt für den Mittelwert $\bar{x} < 45.5$, so entscheidet man sich für $\mu = 45$, sonst für $\mu = 46$. Bestimmen Sie die Fehlerwahrscheinlichkeiten 1. und 2. Art. (2)

   b) Wie groß muß der Stichprobenumfang mindestens sein, damit beide Fehlerwahrscheinlichkeiten höchstens gleich 0.006 sind ? (1)

2) Bei der Abfüllung von Mehl wurden zwei Maschinen untersucht. Aus jeder Produktion wurden einige Packungen als Stichprobe entnommen, und das Gewicht von Normpackungen (in g) ermittelt:

	Probe									
Maschine 1	997.5	991.3	998.7	1007.1	1001.7	1000.9	997.7	985.5	1007.3	998.1
	1000.7									
Maschine 2	976.3	992.9	964.5	981.1	988.1	980.3	967.2	992.2	973.9	985.3
	983.9	962.4	986.9							

   a) Untersuchen Sie mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsnetzes, ob das Gewicht der Mehlpackungen für jede Maschine annähernd normalverteilt ist und schätzen Sie die Parameter graphisch. (2)

   b) Stimmen die Varianzen der Gewichte unter der Annahme der Normalverteilung überein (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) ? (2)

   c) Prüfen Sie unter der gleichen Annahme, ob beide Maschinen hinsichtlich des Durchschnittsgewichtes gleich produzieren (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) ? (2)

3) Eine Woche lang wurde jeden Tag eine Stichprobe aus der Produktion Schokoladepralinen beobachtet, wobei für das Gewicht der Nougatfüllung (Nenngewicht 10g) folgendes Meßprotokoll anfiel:

Tag	Probe				
Mo	9.87	9.91	9.74	9.81	9.92
Di	9.20	10.68	9.71	9.76	10.48
Mi	9.92	10.86	9.76	9.35	9.49
Do	10.60	10.08	9.79	10.57	10.75
Fr	8.68	9.83	9.64	9.18	9.32

Unter der Annahme, daß die Daten in den einzelnen Gruppen normalverteit mit der gleichen Varianz σ sind, testen Sie, ob das Gewicht über die Woche gleich bleibt? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) (4)

4) Die nachstehende Tabelle beinhaltet Beobachtungen von Lebensdauertests an einfachen Geräteschaltern. Diese wurden bei unterschiedlichen Stromstärken bis zum Bruch getestet, wobei die Zahl von Schaltspielen (in Mio.) eingetragen wurde. Als Belastungsstufen wählte man 5 A, 10 A, 15 A und 20 A:

Strom (A)	Schaltspiele (in Mio.)					
5	12.93	13.41	12.80	13.13	13.01	11.63
10	11.41	11.20	10.86	12.05	11.81	11.27
15	10.86	10.33	11.26	10.76	11.05	10.50
20	8.83	9.55	9.69	10.34	10.31	10.01

   a) Versuchen Sie einen linearen Regressionsansatz zwischen Lebensdauer (Anzahl der Schaltspiele) und Stromstärke und schätzen Sie die Parameter a, b und σ^2. (2)

   b) Geben Sie 95 %–Konfidenzintervalle für die unbekannten Parameter an. (2)

   c) Geben Sie ein 95 %–**Prognoseintervall** für die Anzahl von Schaltspielen bei einer Stromstärke von 18 A an. (1)

5) 15 Erdäpfel wurden halbiert und jeweils bei beiden Hälften mit Hilfe zweier verschiedener Verfahren der Stärkegehalt gemessen. 3-mal waren die Meßwerte bei Verfahren 2 kleiner als bei Verfahren 1. Gleiche Meßwerte traten nicht auf. Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob die Abweichungen rein zufällig sind. (2)

Mündliche Prüfung: Freitag, 10. 3. 1995

Anmeldung: Sekretariat von Herrn Prof. Dutter

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 25. 1. 95 2-stündig

1) Ein Test besteht aus 12 Fragen, wobei jeweils drei Antwortmöglichkeiten, von denen genau eine richtig ist, gegeben sind. Falls 10 Fragen richtig beantwortet weden, ist die Klausur bestanden. Ein Student kommt nun unvorbereitet zu diesem Test und kreuzt zufällig jeweils eine der drei Antwortmöglichkeiten an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er den Test besteht? (2)

2) Aus langjähriger Erahrung sei bekannt, wie sich die gemeinsame Verteilung der Anzahl der Kinder pro Familie X_1 und der Anzahl der PKW pro Familie X_2 zusammensetzt:

		Anzahl der PKW X_2		
		1	2	3
Anzahl der Kinder X_1	0	0.08	0.28	0.04
	1	0.10	0.14	0.06
	2	0.07	0.05	0.03
	3	0.06	0.03	0.01
	4	0.04	0.01	0.00

Bestimmen Sie

a) die Randverteilungen von X_1 und X_2 (1)

b) die durchschnittliche Anzahl von Kindern bzw. PKW pro Familie (1)

c) die Wahrscheinlichkeit, daß pro Familie genau zwei PKW gefahren und höchstens zwei Kinder zur Familie zählen. (1)

3) Für einen bestimmten Autotypen wurde die Reichweite (in km) einer Tankfüllung bei 81 PKW gemessen und in folgender Tabelle aufgelistet:

396	395	397	389	387	421	389	404	400	400	402	390	389	402	398
402	399	396	392	386	383	417	390	408	405	377	395	411	395	389
395	384	390	411	408	407	412	398	397	396	390	411	388	399	412
408	383	396	411	434	406	400	411	396	401	402	403	404	399	416
413	406	381	408	391	401	408	435	387	413	408	407	427	384	403
399	396	389	403	382	409									

Es gilt: $\sum_{i=1}^{81} x_i = 32422$ $\sum_{i=1}^{81} x_i^2 = 12988022$

a) Stellen Sie die *gesamten* Daten in *einer* Stamm-und-Blatt-Darstellung zusammen und bestimmen Sie Median und Quartile. (2)

b) Überprüfen Sie graphisch, ob die Werte normalverteilt sind und schätzen Sie die Parameter graphisch und numerisch. (3)

c) Testen Sie, ob die Daten aus einer normalverteilten Grundgesamtheit mit Mittel μ 400 km und einer Varianz $\sigma^2 = 132.25\ km^2$ entstammen (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ (5

d) Testen Sie die Hypothese $\sigma = 11.2$ (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$). (2

4) Eine bestimmte Herstellerfirma von Batterien behauptet, daß die Lebensdauer eines be stimmten Batterietypes mehr als 300 Stunden beträgt. Man kann annehmen, daß die Le bensdauer eine stetige Verteilug besitzt. Es wurden 20 Batterien zufällig getestet. Di Lebensdauern sind in nachstehender Tabelle angeführt:

321	248	325	322	324	279	303	266	322	328
286	311	303	314	261	302	321	293	321	298

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Behauptung gerechtfertigt ist. **(3)**

Mündliche Prüfung: Freitag, 27. 1. 1995
Anmeldung: Sekretariat von Herrn Prof. Dutter

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!
LVA: WAHRSCHEINL.K.RECHNG. U. STATISTIK - VO - DUTTER Preis: –

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 14. 12. 94 2-stündig

1) Auf einem Versuchsfeld werden 4 Sorten Weizen auf ihren Ertrag getestet. Dazu wurden die Erträge von je 7 jeweils 50 m langen Reihen dieser Sorte gewogen. Dabei ergaben sich folgende Gewichte (in *kg*) pro Reihe:

Sorte	Reihe 1	2	3	4	5	6	7	$\bar{x}_i$	s_i
1	3.7	3.7	3.4	4.1	4.0	3.1	2.9	3.557	0.4467
2	4.1	3.9	3.6	3.2	3.5	4.0	4.2	3.786	0.3625
3	5.1	3.6	4.0	3.7	3.1	3.1	2.7	3.614	0.7883
4	4.8	3.3	3.9	4.7	3.8	3.8	4.4	4.100	0.5477

Es gilt: $\sum_{i=1}^{28} x_i = 105.4 \qquad \sum_{i=1}^{28} x_i^2 = 405.5$

a) Stellen Sie die *gesamten* Daten in *einer* Stamm-und-Blatt-Darstellung zusammen und bestimmen Sie Median und Quartile. (2)

b) Überprüfen Sie graphisch, ob die Werte bezüglich jeder Sorte normalverteilt sind und schätzen Sie die Parameter graphisch. (3)

c) Stimmen die mittleren Gewichte der vier Sorten überein ? Sind die Voraussetzungen für das Testverfahren erfüllt ? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) (8)

2) Zum Vergleich zweier Eignungstests A und B wurden beide an 8 Versuchspersonen durchgeführt. Die nachstehende tabelle beinhaltet die bei den Testverfahren erzielten Punktezahlen:

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	117	142	132	84	149	94	107	104
B	158	154	162	129	190	146	110	124

Sie können annehmen, daß die Werte der beiden Verfahren bivariat normalverteilt sind. Besteht zwischen den beiden Verfahren ein Zusammenhang (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)? (3)

3) Um etwas über den Einfluß gewisser Variationen des Preises X für einen ausgesprochenen Modeartikel auf den Umsatz Y zu erfahren, wurde in 23 zufällig ausgewählten, auch bezüglich des Umfeldes etwa gleichartigen Supermärkten der Artikel zu unterschiedlichen Preisen x_i angeboten und die jeweiligen Umsätze $y_i, i = 1, \cdots, 23$, notiert. Mit einem Durchschnittspreis von $\bar{x} = 52$ S ergab sich ein durchschnittlicher Umsatz von $\bar{y} = 121000$ S. Die zugehörigen Standardabweichungen waren $s_x = 5$ S, $s_y = 19000$ S und der empirische Korrelationskoeffizient für den Preis betrug $r_{xy} = -0.7$.

a) Schätzen Sie die Gleichung der linearen Regression vom Umsatz Y auf den Preis X. (2)

b) Prognostizieren Sie den Umsatz für einen Preis $x_0 = 40$ S und geben Sie unter der Normalverteilungsannahme ein 90%-Konfidenzintervall hierzu an. (2)

Mündliche Prüfung: Freitag, 16. 12. 1994
Anmeldung: Sekretariat von Herrn Prof. Dutter

Schriftliche Prüfung aus
Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker (880)

Vorlesung: Prof. **Dutter** 16. 11. 94 2-stündig

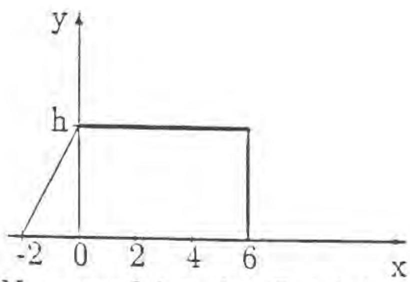
1) Im Rahmen einer Laborübung müssen Studenten verschiedener Fachrichtungen Programme für NC-gesteuerte Maschinen entwickeln. Bei Informatikern funktionierten 22 Programme auf Anhieb, während 36 Fehler aufwiesen. Maschinenbaustudenten lieferten 28 fehlerfreie und 16 fehlerhafte Lösungen. Bei den Elektrotechnikern schließlich lag das entsprechende Verhältnis bei 17 zu 5. Weisen die einzelnen Studienrichtungen signifikante Unterschiede in der Programmierperfektion auf (Signifikanzniveau $\alpha = 5$ %) ? (4)

2) Gegeben sei eine Zufallsgröße X mit einer Dichte von der in der Zeichnung angegebenen Form. Bestimmen Sie:

   a) Dichte- und Verteilungsfunktion (3)

   b) Median (2)

   c) Die Wahrscheinlichkeit, daß $|x| \leq 2$ ist (1)



3) Die nachstehende Tabelle beinhaltet die Abweichungen vom Normmaß bei der Produktion von Stahlschienen. Dabei wurden an sechs Tagen jeweils elf Schienen zufällig herausgegriffen und ihr Länge gemessen (Maße in mm).

Nr.	Probe											$\bar{x}_i$	s_i
1	12.73	13.13	7.94	8.34	8.41	12.12	14.20	10.83	8.06	13.06	7.86	10.61	2.52
2	12.10	14.64	8.44	7.80	6.87	2.83	11.16	9.14	11.18	4.84	12.10	9.19	3.49
3	10.15	8.85	5.18	6.13	11.76	9.02	10.41	13.48	16.07	8.45	12.08	10.14	3.15
4	9.09	8.33	11.29	6.96	12.48	7.14	3.42	13.26	10.10	9.92	7.91	9.08	2.79
5	11.30	11.35	7.36	12.66	9.14	6.88	3.11	12.18	8.09	7.26	10.53	9.08	2.87
6	11.61	11.09	11.55	11.31	6.12	12.49	8.14	14.47	3.56	7.73	7.38	9.59	3.23

   a) Stellen Sie den *gesamten* Datensatz in *einer* geordneten Stamm-und-Blatt-Darstellung zusammen. (2)

   b) Berechnen Sie Median und Quartile. (1)

   c) Zeichnen Sie für den *gesamten* Datensatz *einen* Boxplot. (1)

   d) Stimmen bei Probe 5 und Probe 6 die durchschnittlichen Abweichungen überein (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) ? (2)

   e) Geben Sie aufgrund des gesamten Datensatzes ein 95 %-Konfidenzintervall für das Gesamtmittel der zugrundeliegenden Verteilung an und testen Sie die Hypothese $\mu > 11$. (2)

   f) Geben Sie aufgrund des gesamten Datensatzes ein 95 %-Konfidenzintervall für die Streuung der zugrundeliegenden Verteilung an und testen Sie die Hypothese $\sigma^2 > 9$. (2)

Hinweis: $\sum_{i=1}^{66} x_i = 634.56 \qquad \sum_{i=1}^{66} x_i^2 = 6671.78$

Mündliche Prüfung: Freitag, 18. 11. 1994
Anmeldung: Sekretariat von Herrn Prof. Dutter

Schriftliche Prüfung aus
Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Vorlesung: Prof. **Dutter** 19 10 94 2-stündig

1) 32 Farbgraphikterminals einer bestimmten Type wurden in einem großen Unternehmen angeschafft. Die Ausfallstatistik, die jeden aufgetretenen Fehler dokumentiert, zeigt folgende Einsatzzeiten (in h) bis zum ersten Ausfall:

Einsatzzeit (in h)							
2438	1230	527	6112	1133	1829	3514	1141
3222	394	733	2535	1922	1039	1750	4205
2374	915	1552	2694	5440	3755	275	6102
728	5112	3178	1290	1744	3104	410	1029

a) Stellen Sie die *gesamten* Daten in *einer* Stamm-und-Blatt-Darstellung zusammen und bestimmen Sie Median und Quartile. (3)

b) Kann den Daten eine Weibull-Verteilung mit den Parametern $\tau = 3000$ und $\eta = 1.2$ zugrundeliegen (Signifikanzniveau α=0.05) ?
Bemerkung : Für die Verteilungsfunktion einer $Wei(\tau, \eta)$-verteilten Zufallsgröße T gilt:

$$F_T(t) = P(T \leq t) = 1 - e^{-(t/\tau)^\eta} \text{ für } t > 0$$

(5)

c) Angenommen, es liegt tatsächlich die unter b) behauptete Weibull-Verteilung $Wei(3000, 1.2)$ zugrunde. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein derartiges Terminal mindestens 2000 Betriebsstunden ohne Zwischenfall funktioniert ? (1)

d) Ein Büro besitze drei derartige Terminals. Der Betrieb kann aufrechterhalten werden, wenn mindestens eines funktioniert. Die Reperatur ist aufgrund von Transport- und Lieferproblemen kaum möglich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Bürobetrieb mindestens 2000 Betriebsstunden sichergestellt ist ? (1)

2) Bevor eine Reihe gleichartiger PCs mit Speicherbausteinen nachgerüstet werden, untersucht man die Qualität der angebotenen Chips. Dazu werden sie einem definierten Funktionsdauertest unter verschärften Umgebungsbedingungen unterworfen (damit wird die Funktionsdauer in der Regel reduziert!). Vier verschiedene Fabrikate werden dabei untersucht und die Funktionsdauer (in h) beobachtet:

Fabrikat	Funktionsdauer (in h)					
A	527	1245	6112	1133	1415	
B	3222	394	733	1535	922	1039
C	374	845	1552	294		
D	828	3112	1478	290	744	

a) Überprüfen sie graphisch, ob den Daten des Fabrikats **B** eine logarithmische Normalverteilung zugrundeliegt. (2)

b) Gehen Sie davon aus, daß die Funktionsdauern *logarithmisch normalverteilt* sind mit den Parametern μ_i ($i \in \{A, B, C, D\}$) und $\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma_C^2 = \sigma_D^2 = \sigma^2$. Überprüfen Sie die Hypothese, daß die Qualität (d.h. μ) der Speichertypen gleich ist (Signifikanzniveau α=0.05). (5)

3) Bei 15 Milchproben wurde der Fettgehalt (in %) durch zwei verschiedene Verfahren bestimm
Dabei ergaben sich folgende Werte:

Probe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Verfahren A	3.51	3.42	3.89	3.77	3.11	2.89	3.19	3.21	3.55	3.12	3.89	4.12	2.77	3.01	3.34
Verfahren B	3.53	3.41	3.88	3.76	3.09	3.10	2.99	3.22	3.57	3.08	3.77	3.99	2.89	3.00	3.22

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Abweichungen der durch die beide
Verfahren gewonnenen Meßwerte rein zufällig sind. (3

Mündliche Prüfung: Freitag, 21 10 1994
Anmeldung: Sekretariat von Herrn Prof. Dutter

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Vorlesung: Prof. **Dutter** 29 06 94 2-stündig

1) Ein Produzent behauptet, daß bei der Herstellung eines bestimmten Werkstückes die Abweichungen vom Normmaß normalverteilt sind mit $\mu = 2$ und $\sigma = 0.9$ mm.

Es wurde folgende Stichprobe gezogen:

1.83 3.65 2.57 0.76 1.78 2.32 1.83 1.01 2.29 3.02

Überprüfen Sie obige Beahauptung

a) graphisch (Wahrscheinlichkeitsnetz) (2)

b) mit einem geeigneten Testverfahren auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$. (3)

2) In einem Betrieb werden an drei Maschinen Werkstücke produziert. Die Qualität dieser wird in vier Stufen eingeteilt (I...Sehr gut, II...Gut, III...brauchbar, IV...unbrauchbar). An einem Arbeitstag wurde die Anzahl der hergestellten Stücke erfaßt und in nachfolgender Tabelle angeführt:

	Qualität			
Maschine	I	II	III	IV
A	8	12	8	4
B	8	20	7	4
C	15	13	1	0

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Maschinen einen Einfluß auf die Produktionsqualität haben. (5)

3) Die Lebensdauer (in Stunden) elektrischer Bauteile einer bestimmten Sorte lasse sich durch eine exponentialverteilte Zufallsvariable X angemessen beschreiben. Nachstehend sei eine Stichprobe vom Umfang 40 gegeben:

Funktionsdauer							
491	310	39	1073	1361	920	1409	784
1843	173	965	312	765	832	381	25
680	495	231	255	508	968	1056	247
71	1987	1059	230	4250	1353	671	1500
632	1920	3102	1775	27	1050	232	697

a) Geben Sie eine geordnete Stamm- und Blattdarstellung an. (2)

b) Bestimmen Sie Median und Quartile. (1)

c) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood Schätzer für den Parameter λ der Exponentialverteilung. (2)

d) Bestimmen Sie aufgrund obiger Stichprobe einen Schätzwert für λ, sowie Verteilungs- und Dichtefunktion. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Bauteil zwischen den Zeitpunkten $t_1 = 800$ und $t_2 = 1000$ ausfällt ? (2)

e) Welchen Zeitpunkt überlebt ein Bauteil mit einer Sicherheit von 90 % ? Welche Zeitpunkte überlebt ein Bauteil mit mindestens 90 % Sicherheit ? (1)

f) Für welchen Wert λ ergibt sich eine Lebensdauerverteilung, bei der mit Wahrscheinlichkeit 0.9 die Lebensdauer eines Bauteiles mindestens 200 Stunden beträgt ? (1)

g) Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob das Mittel μ mit 950 Stunden angenommen werden kann. (1)

Hinweis: $\sum_{i=1}^{n} x_i = 36679$ $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 62086771.$

Mündliche Prüfung: Freitag, 01 07 1994

Anmeldung: Sekretariat von Herrn Prof. Dutter

Schriftliche Prüfung aus
Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Vorlesung: Prof. **Dutter** 18 05 94 2-stündig

1) Bei einer Umfrage vor einer Wahl sagten 285 der 2000 befragten Personen, sie würden nicht zur Wahl gehen. Nachdem in der Zwischenzeit ein heißes 'Kopf an Kopf-Rennen' zweier Blöcke bekanntgegeben wurde, betrug die tatsächliche Wahlbeteiligung 88.5 %. Kann daraus mit 99%-iger Sicherheit geschlossen werden, daß in der Zwischenzeit Personen, die ursprünglich nicht zur Wahl gehen wollten, umgestimmt wurden ? (3)

2) Eine Stichprobe der Ergebnisse eines Übungstests bei Studenten der Richtung Wirtschaftsingenieurwesen/Maschinenbau sei in den 3 Übungsgruppen wie in folgender Tabelle gegeben:

	Punkte										$\bar{x}_i$	s_i
Gruppe 1	15	19	5	11	20	4	15	8	8	14	11.9	5.587
Gruppe 2	8	15	6	3	4	13	9	7	13	14	9.2	4.315
Gruppe 3	12	10	12	9	11	10	2	7	5	4	8.2	3.521

Es gilt: $\sum_{i=1}^{30} x_i = 293$

a) Stellen Sie die *gesamten* Daten in *einer* Stamm–und–Blatt–Darstellung zusammen und bestimmen Sie Median und Quartile. (2)

b) Überprüfen Sie graphisch, ob die Werte in der Gruppe 1 normalverteilt sind und schätzen Sie die Parameter graphisch. (2)

c) Überprüfen Sie, ob für Gruppe 2 und Gruppe 3 die Varianzen übereinstimmen (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$). (2)

d) Testen Sie in der Gruppe 1 auf $\mu_1 > 10$ (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$). (2)

e) Nehmen Sie an, daß die Daten in den einzelnen Gruppen normalverteilt mit der gleichen Varianz σ sind. Stimmen die mittleren Punktezahlen in den drei Gruppen überein ? (5)

3) Für den gesamten Anhalteweg s (in Meter) in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v (in km/h) eines bestimmten PKW's ergaben sich folgende Werte:

v	20	30	50	60	70	80	100	120	150
s	9	12	24	36	41	57	72	104	148

a) Wählen Sie einen linearen Regressionsansatz und schätzen Sie die beiden Parameter der Regressionsgeraden. (2)

b) Testen Sie (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) auf Abhängigkeit der beiden Variablen. (2)

Mündliche Prüfung: Freitag, 20 05 1994
Anmeldung: Sekretariat von Herrn Prof. Dutter

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Vorlesung: Prof. Dutter — 20 04 94 — 2-stündig

1) Bei einer Prüfung sind 25% der Prüflinge in Mathematik, 15% in Statistik und 10% in Mathematik und Statistik durchgefallen. Einer der Prüflinge wird zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er in

   a) Mathematik durchfiel, wenn man weiß, daß er Statistik nicht bestanden hat ? (1)
   b) Statistik durchfiel, wenn man weiß, daß er Mathematik nicht bestanden hat ? (1)
   c) Mathematik oder Statistik durchfiel ? (1)

2) Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Person, die mit einem bestimmten Serum geimpft worden ist, eine Gegenreaktion auf dieses Serum zeigt, beträgt 0.001. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, daß von 2000 Personen

   a) genau 3 (1)
   b) mehr als 2 (1)

   eine Gegenreaktion zeigen.

3) Der nachstehende Vorlauf wurde einer Produktion von Fasermatten, die im Zuge einer Abfallverwertung erzeugt werden, zur Erstellung einer Qualitätsregelkarte entnommen. Die Meßwerte geben dabei die (nach einer bestimmten Meßvorschrift ermittelte) Stärke (in mm) der Matten an (Nennmaß 10 mm) und können aus der Erfahrung heraus als normalverteilt angenommen werden. Die Produktionsstreuung scheint konstant zu sein.

Nr.	Probe					$\bar{x}_i$	s_i
1	9.97	9.99	10.09	9.87	10.14	10.012	0.106
2	10.42	9.81	9.89	10.11	10.37	10.120	0.275
3	10.87	10.81	10.81	10.99	11.13	10.928	0.132
4	11.48	11.49	11.74	11.44	11.44	11.516	0.126
5	10.01	10.18	9.95	9.85	9.91	9.980	0.126
6	9.71	9.34	9.94	9.50	10.05	9.708	0.296
7	10.12	9.93	10.08	9.83	9.66	9.924	0.188
8	9.96	9.87	10.05	9.91	9.73	9.904	0.118
9	9.69	9.92	10.22	9.96	9.69	9.896	0.221
10	8.96	8.86	8.80	9.03	8.80	8.890	0.102

   a) Stellen Sie den *gesamten* Vorlauf in *einer* Stamm-und-Blatt-Darstellung zusammen. (2)
   b) Stellen Sie den *gesamten* Vorlauf in Form *einer* Boxplot-Darstellung dar. (2)
   c) Überprüfen Sie im Wahrscheinlichkeitsnetz, ob diesem gesamten Datensatz wirklich eine Normalverteilung zugrunde liegt. (2)
   d) Überprüfen Sie, ob bei Probe 1 und Probe 4 die Varianzen übereinstimmen (Sicherheit $1 - \alpha = 0.95$). (2)
   e) Bleibt die durchschnittliche Stärke während des Vorlaufes unverändert (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) ? (5)
   f) Stimmen bei Probe 1 und Probe 4 die durchschnittlichen Stärken überein (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) ? (2)

Mündliche Prüfung: Freitag, 22 04 1994
Anmeldung: Sekretariat von Herrn Prof. Dutter

Schriftliche Prüfung aus

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Vorlesung: Prof. Dutter 09 03 94 2-stündig

1) In den drei zurückliegenden Jahren wurden die durchschnittlichen Punkteanzahlen erhoben, die Studenten unterschiedlicher Studienrichtungen bei den Übungen zur Einführungsvorlesung in Statistik erreicht hatten:

Semester \ Stud.Richt.	E 700	E 710	E 880	andere
SS 89	37.5	41.2	35.8	36.2
SS 90	39.6	40.1	37.5	36.3
SS 91	35.8	42.3	33.5	38.4

Nehmen Sie an, daß diese durchschnittlichen Punkteanzahlen annähernd normalverteilt sind und vergleichbar streuen. Untersuchen Sie, ob

a) die Studienrichtung,
b) das Semester

Einfluß auf diese Punkteanzahl haben (Sicherheit $1 - \alpha = 0.95$)? (6)

2) Eine Wartungsfirma ist für die Betreuung der EDV-Einrichtungen einer Firma mit 4 Filialen verantwortlich. Die außerhalb der Routinewartungen notwendigen Einsätze werden in 3 Kategorien unterteilt: A – das Problem konnte telefonisch behoben werden, B – ein Techniker konnte das Problem vor Ort lösen, C – das betreffende Gerät mußte vom Techniker in Reparatur übernommen und ein Ersatzgerät bereitgestellt werden. Die folgende Tabelle listet alle Einsätze eines Quartals unterteilt nach Filialen und Art des Einsatzes auf:

Filiale \ Einsatzart	A	B	C
West	9	6	5
Süd	13	16	10
Mitte	12	12	10
Ost	27	19	7

Ist die Einsatzart unabhängig von den Filialen? (Sicherheit $1 - \alpha = 0.95$) (5)

3) In einem Büro arbeiten vier Sekretärinnen, die 40%, 10%, 30% und 20% der Unterlagen wegordnen. Die Wahrscheinlichkeiten, daß hierbei Fehler auftreten sind 0.01, 0.04, 0.06 und 0.1.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler gemacht wird? (2)
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die dritte Sekretärin einen Fehler macht? (2)

4) Eine Woche lang wurde jeden Tag eine Stichprobe aus der Produktion von Holzkugeln für Kinderspielzeug beobachtet, wobei für den Durchmesser (Nennmaß 10 mm) folgendes Meßprotokoll anfiel:

Tag	Probe				
Mo	9.97	9.99	10.19	9.67	10.14
Di	9.96	8.86	8.83	9.23	8.80
Mi	8.47	9.38	9.70	9.23	9.40
Do	10.13	9.70	9.08	9.85	10.33
Fr	10.13	9.79	9.75	10.23	9.76

a) Stellen Sie die *gesamten* Daten in *einer* Stamm-und-Blatt-Darstellung zusammen. (2)
b) Zeichnen Sie eine Boxplot-Darstellung. (1)
c) Überprüfen Sie, ob für Di und Mi die Varianzen übereinstimmen (Sicherheit $1 - \alpha = 0.95$). (2)

Mündliche Prüfung: Freitag, 11 03 1994
Anmeldung: Sekretariat von Herrn Prof. Dutter

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!
LVA: WAHRSCHEINL. K. RECHNG. U. STATISTIK - VO - DUTTER Preis: [redacted],-

Schriftliche Prüfung aus
Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Vorlesung: Prof. **Dutter** [redacted] 26 05 1993 2-stündig

1) Eine Woche lang wurde jeden Tag eine Stichprobe aus der Produktion von Holzkugeln für Kinderspielzeug beobachtet, wobei für den Durchmesser (Nennmaß 10 mm) folgendes Meßprotokoll anfiel:

Tag	Probe				
Mo	9.97	9.99	10.09	9.87	10.14
Di	8.96	8.86	8.80	9.03	8.80
Mi	9.47	9.18	9.70	9.53	9.40
Do	10.03	9.70	10.08	9.85	10.33
Fr	10.23	9.99	9.85	10.03	9.76

a) Stellen Sie die *gesamten* Daten in *einer* Stamm–und–Blatt–Darstellung zusammen. (2)

b) Überprüfen Sie, ob für Di und Mi die Varianzen übereinstimmen (Sicherheit $1 - \alpha = 0.95$). (2)

c) Bleibt der Durchmesser über die Woche gleich? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) (4)

d) Wurde Mo und Mi gleich produziert (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) ? (2)

2) In der Entwicklungsabteilung eines Betriebes wurden Lebensdauerversuche an Haushaltsgeräten eines bestimmten Typs durchgeführt. Für die tatsächlichen Betriebszeiten erhielt man folgende Aufstellung:

Funktionsdauer							
491	310	39	1073	1361	920	1409	784
1843	173	965	312	765	832	381	25
680	495	231	255	508	968	1056	247
71	1987	1059	230	4250	1353	671	1500
632	1920	3102	1775	27	1050	232	697

a) Kann die Funktionszeit als exponentialverteilt angenommen werden? (Sicherheit $1 - \alpha = 95$ %)

b) Wenn ja, schätzen Sie die mittlere Lebensdauerdauer, fassen Sie diesen Schätzwert als "Parameter" der Exponentialverteilung auf und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Gerät vom obigen Typ mindestens 1000 Stunden funktioniert. (5)

3) Zur Untersuchung des Einflusses von Wartungsanweisungen für Kühlaggregate wurde bei 10 Betrieben, in denen mehrere dieser Geräte eingesetzt sind, ein Gerät nach Plan A (eines jährliches Generalservice) gewartet und eines nach Plan B (monatliches Routineservice, alle drei Jahre Generalüberholung). Die folgende Tabelle zeigt eine Aufstellung über die Funktionsdauern (in Stunden) dieser Geräte bis zum ersten Ausfall:

Wartung	Funktionsdauer (in Tagen)									
A	310	1073	1361	1843	965	312	680	231	968	1056
B	379	1238	1114	1278	2091	526	1021	378	758	1296

a) Sind die Funktionsdauern unabhängig? (Sicherheit $1 - \alpha = 95\ \%$) (3)

b) Führt der Wartungsplan B zu kürzeren Funktionszeiten? (Sicherheit $1 - \alpha = 95\ \%$) (2)

Mündliche Prüfung: Freitag, 28 05 1993, im Dienstzimmer von Herrn Prof. Dutter (bitte tragen Sie sich dazu in die im Sekretariat aufliegende Liste ein).

PRÜFUNGSORDNER - ein Service Deiner Fachschaft Informatik!

LVA: WAHRSCHEINL.K.RECHNG. U. STATISTIK - VO - DUTTER Preis: [redacted],-

Schriftliche Prüfung aus
Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Informatiker

Vorlesung: Prof. Dutter [redacted] 26 05 1993 2-stündig

1) Eine Woche lang wurde jeden Tag eine Stichprobe aus der Produktion von Holzkugeln für Kinderspielzeug beobachtet, wobei für den Durchmesser (Nennmaß 10 mm) folgendes Meßprotokoll anfiel:

Tag	Probe				
Mo	9.97	9.99	10.09	9.87	10.14
Di	8.96	8.86	8.80	9.03	8.80
Mi	9.47	9.18	9.70	9.53	9.40
Do	10.03	9.70	10.08	9.85	10.33
Fr	10.23	9.99	9.85	10.03	9.76

a) Stellen Sie die *gesamten* Daten in *einer* Stamm–und–Blatt–Darstellung zusammen. (2)

b) Überprüfen Sie, ob für Di und Mi die Varianzen übereinstimmen (Sicherheit $1 - \alpha = 0.95$). (2)

c) Bleibt der Durchmesser über die Woche gleich? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) (4)

d) Wurde Mo und Mi gleich produziert (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) ? (2)

2) In der Entwicklungsabteilung eines Betriebes wurden Lebensdauerversuche an Haushaltsgeräten eines bestimmten Typs durchgeführt. Für die tatsächlichen Betriebszeiten erhielt man folgende Aufstellung:

Funktionsdauer							
491	310	39	1073	1361	920	1409	784
1843	173	965	312	765	832	381	25
680	495	231	255	508	968	1056	247
71	1987	1059	230	4250	1353	671	1500
632	1920	3102	1775	27	1050	232	697

a) Kann die Funktionszeit als exponentialverteilt angenommen werden? (Sicherheit $1 - \alpha = 95$ %)

b) Wenn ja, schätzen Sie die mittlere Lebensdauerdauer, fassen Sie diesen Schätzwert als "Parameter" der Exponentialverteilung auf und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Gerät vom obigen Typ mindestens 1000 Stunden funktioniert. (5)

3) Zur Untersuchung des Einflusses von Wartungsanweisungen für Kühlaggregate wurde bei 10 Betrieben, in denen mehrere dieser Geräte eingesetzt sind, ein Gerät nach Plan A (eines jährliches Generalservice) gewartet und eines nach Plan B (monatliches Routineservice, alle drei Jahre Generalüberholung). Die folgende Tabelle zeigt eine Aufstellung über die Funktionsdauern (in Stunden) dieser Geräte bis zum ersten Ausfall: