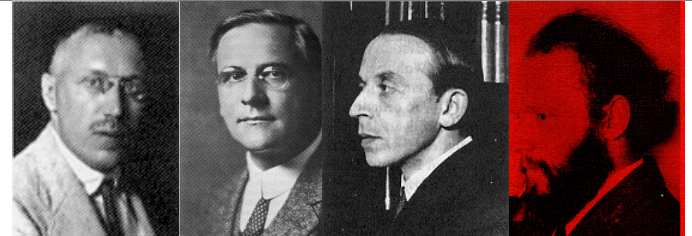


Der Wiener Kreis



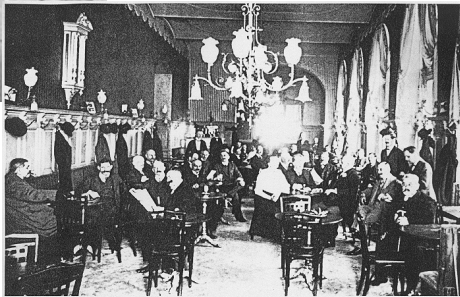
Abbildung 2: Café Josephinum, Wien IX, Währingerstraße 33-35. Aufnahme um 1932.

Der „erste“ Wiener Kreis: 1907 - 1912



Hans Hahn Moritz Schlick Richard von Mises Otto Neurath

Der Wiener Kreis



Genius Loci: In the Café Reichsrath, Gödel first announced his incompleteness theorem to Carnap. The members of the Vienna Circle usually met in various coffee-houses; the bi-weekly Thursday sessions took place in a seminar room in the Institute of Mathematics. After one session in which Schlick, Hahn, Neurath, and Waismann had talked about language, Gödel confessed to Menger: "The more I think about language, the more it amazes me that people ever understand each other."

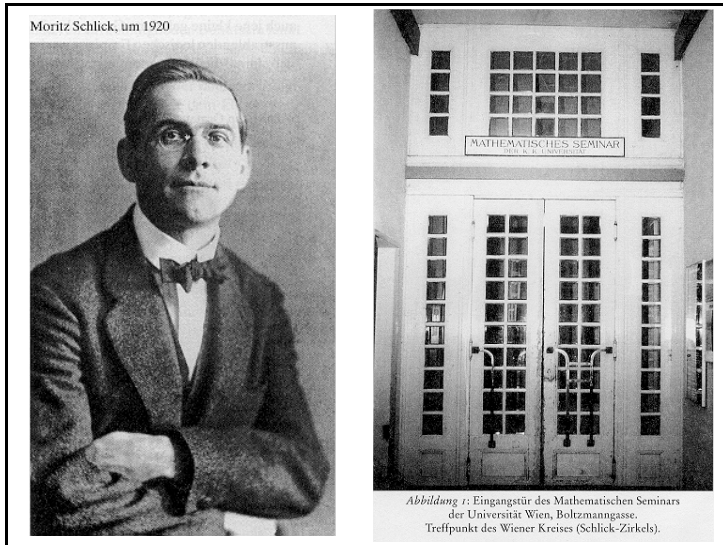
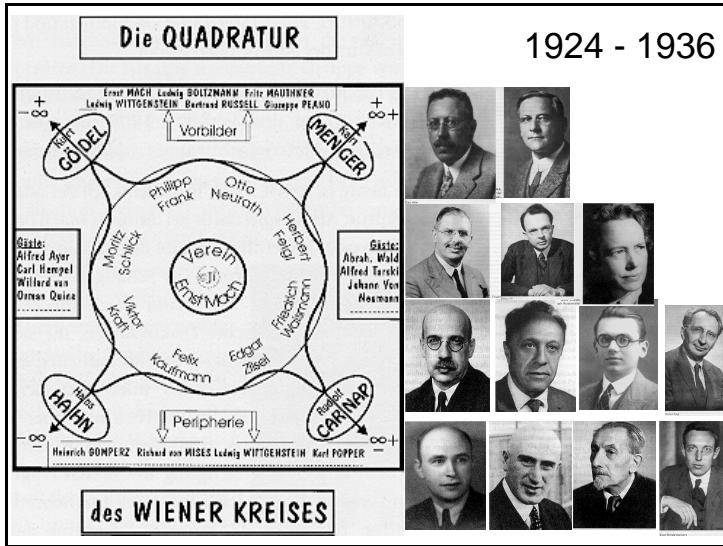
Einflüsse auf den „Verein Ernst Mach“

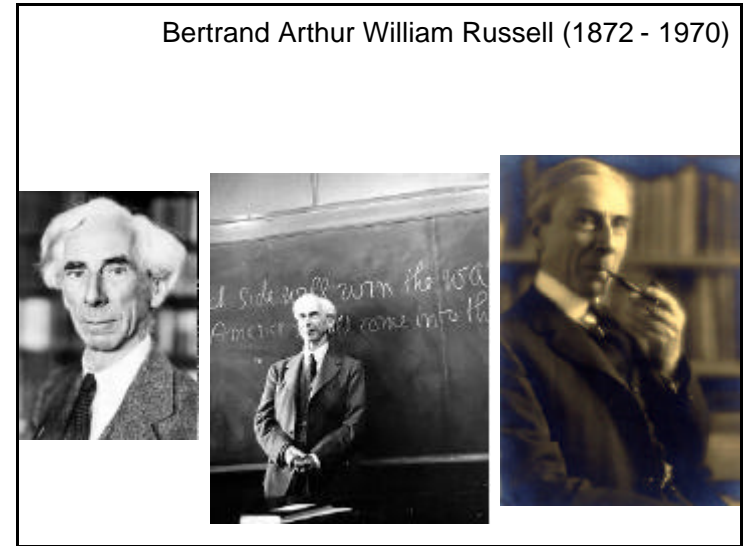


Ernst Mach 1837 - 1916



Henri Poincaré 1854 - 1912





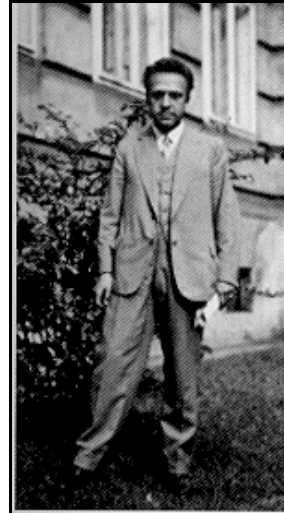


Karl Menger, late 1920s: (Courtesy Rosemary Menger Gilmore, Chicago.)

Karl Menger 1902-1988

- 13. 01. 1902: geboren
- 1913 - 20: Gymnasium in Wien
- 1920 - 24: Studium in Wien
(Physik, Mathematik)
- 1924: Dissertation
- 1925: Rockefeller-Stipendium,
Amsterdam 1926:
Habilitation bei Brouwer

1927 - 36: Prof. für Geometrie in Wien



Karl Menger

Karl Menger 1902-1988

- 1930: Erste Reise in die USA
- 1930/31: Aufenthalte in Harvard,
Rice Institute
- 1937: Emigration in die USA
- 1937-46: Prof. in Notre Dame,
Indiana
- 1946-71: Prof. in Chicago
- 1951: Gastprofessor an der
Sorbonne, Paris;
Gastprofessuren z. B.
Arizona, Ankara, Wien
- 1988 gestorben in Chicago



Luitzen Egbertus Brouwer (1881 - 1966)

Intuitionismus

- Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten ist ein *unerlaubtes* Beweismittel in Logik und Mathematik.

Es ist unzulässig, Dinge, welche eine bestimmte Eigenschaft besitzen, zu einer Menge zu vereinigen. Auf diesem Wege ist die Mengenlehre nicht zu begründen. Vielmehr muß ihr eine *konstruktive* Mengendefinition zugrunde gelegt werden.



Luitzen E. J. Brouwer

Karl Menger (1902 - 1985), Standpunkt 1927

- Für jede der verschiedenen Versionen von Konstruierbarkeit kann man eine zugehörige deduktive Mathematik entwickeln.
- Das Beharren auf einer besonderen Idee der Konstruierbarkeit, sowie die zugehörigen Entwicklungen als sinnvoll und die Ablehnungen der darüber hinausgehenden Ergebnisse als sinnlos zu kennzeichnen haben nicht den geringsten kognitiven Inhalt.
- Für Mathematik und Logik ist allein die Frage interessant, wie man ausgehend von gewissen Aussagen gemäß bestimmten Regeln zu anderen Aussagen kommt interessant, während die Begründung von Aussagen oder Transformationsregeln mit Bezug auf die Intuition nichts als leere Worte sind.

Das Logische Toleranzprinzip

- Tolerante Einstellung: Menger, *Der Intuitionismus*, 1930
- Wörtlich: Rudolf Carnap. *Logische Syntax der Sprache*, 1934

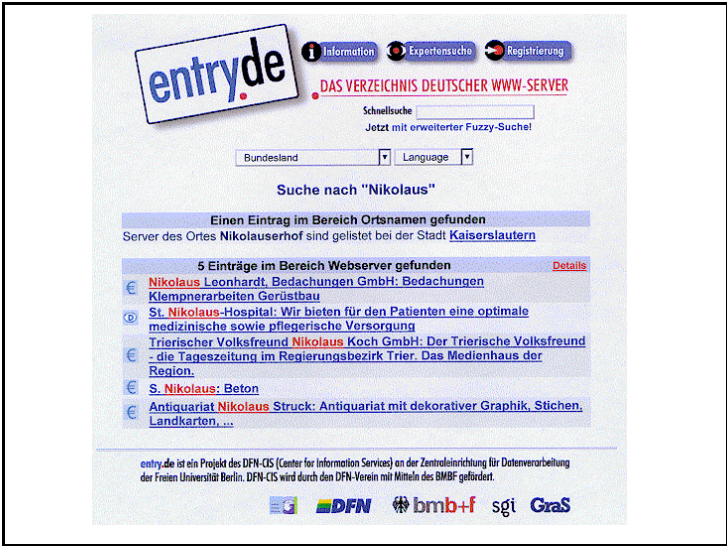
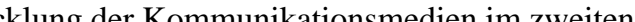
**„das Toleranzprinzip:
wir wollen nicht Verbote aufstellen,
sondern Festsetzungen treffen.“**

....

In der Logik gibt es keine Moral.

Jeder mag seine Logik, d.h. seine Sprachform, aufbauen wie er will.
Nur muß er, wenn er mit uns diskutieren will, deutlich angeben,
wie er es machen will, syntaktische Bestimmungen geben
anstatt philosophische Erörterungen.“

- Programmschrift *Wissenschaftliche Weltauffassung: Der Wiener Kreis* (1928/29)
- Gründung des *Mathematischen Kolloquiums* (1930) mit Schriftenreihe *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums* (1931-1937)
- Krise und Neuaufbau in den exakten Wissenschaften (1933)
- Alte Probleme - Neue Lösungen in den exakten Wissenschaften (1934)
- Neuere Fortschritte in den exakten Wissenschaften (1936)



Karl Menger 1942: Probabilistic Metrics

$F_{pq}(x)$ ist für jede reelle Zahl x die Wahrscheinlichkeit, dass der Abstand zwischen p und q kleiner als x ist.

F ist also eine Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion

$$F_{pq}(x+y) \geq T(F_{pq}(x), F_{qr}(y)),$$

für p, q, r in S ; x, y in R

T ist dabei eine Funktion des geschlossenen Einheitsquadrats in das geschlossene Einheitsintervall mit den Eigenschaften

- $T(a, b) = T(b, a)$
- $T(a, b) \leq T(c, d)$ für alle $a \leq c, b \leq d$,
- $T(a, 1) > 0$, für alle $a > 0$, $T(1, 1) = 1$.

Karl Menger 1942: Probabilistic Metrics

S sei eine Menge. Für alle zwei Elementen p und q von S sei $\Pi(x; p, q)$ eine Wahrscheinlichkeitsfunktion für die gilt:

- $\Pi(0; p, q) = 1$, d. h.:
Mit Wahrscheinlichkeit 1 ist der Abstand zwischen p und q gleich 0.
- Wenn $p \neq q$, dann $\Pi(0; p, q) < 1$,
- $\Pi(x; p, q) = \Pi(x; q, p)$,
- $T[\Pi(x; p, q), \Pi(y; q, r)] \leq \Pi(x+y; p, r)$, d. i.
eine Dreiecksungleichung für ein "+" für die Wahrscheinlichkeitsfunktion!

Karl Menger 1966: *Geometry and Positivism*.

A Probabilistic Microgeometry



Ernst Mach 1837 - 1916



Henri Poincaré 1854 - 1912

Das beobachtbare physikalische Kontinuum

$$A = B, \quad B = C, \quad A \neq C.$$

Wenn also $E(a, b)$ die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, daß a und b gleich sind, dann gelten die folgenden Postulate:

- $E(a, a) = 1$ für alle a ;
- $E(a, b) = E(b, a)$ für alle a und b ;
- $E(a, b) \cdot E(b, c) \leq E(a, c)$ für alle a, b, c .

- a und b heißen *gewiß-gleich* (certainly-equal), unter der Voraussetzung, daß $E(a, b) = 1$ (Gleichheitsrelation)
- Alle die Elementen, die *gewiß-gleich* zu a sind, können zu einer "Gleichheitsmenge" A zusammengefasst werden.
- Alle zwei solchen Mengen sind disjunkt, es sei denn sie sind identisch.
- $E(A, B)$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß jedes Element von A und jedes Element von B gleich sind. Für diese Zahl ist die besondere Wahl der jeweiligen zwei Elemente unabhängig.

Beispiel:

$$-\log E(A, B) = d(A, B),$$

dann :

- $(1_a')$ $d(A, A) = 0$;
 $(1_b')$ $d(A, B) \geq 0$;
 $(1_c')$ $d(A, B) \neq 0$, wenn $A \neq B$;
- $(2')$ $d(A, B) = d(B, A)$ für alle a und b ;
- $(3')$ $d(A, B) + d(B, C) \geq d(A, C)$.



Erwin Schrödinger (1887 – 1961)

Der Abstand zwischen zwei Farben C und C' ist gleich 1, wenn sie "klar unterscheidbar" sind.

Der Abstand zwischen zwei Farben C und C' ist gleich einer natürlichen Zahl n , wenn es eine Folge von Elementen

$$C_0 = C, C_1, C_2, \dots, C_{n-1}, C_n = C'$$

gibt, so daß jedes Paar aufeinanderfolgender Elemente C_{i-1} und C_i "klar unterscheidbar" ist und es keine kürzere Kette dieser Art gibt.

1920:
Theorie der
Farbenmetrik
(Kolorimetrie)

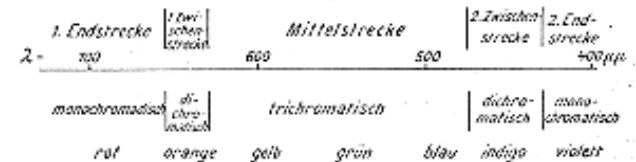


Fig. 4.

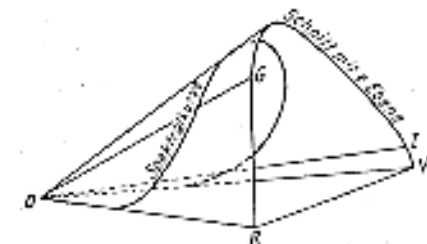
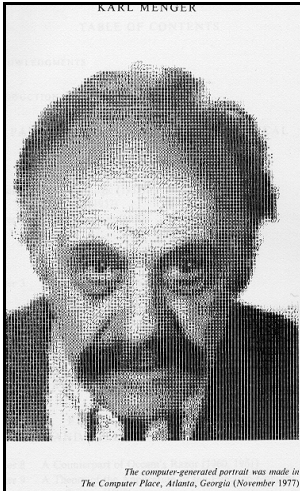


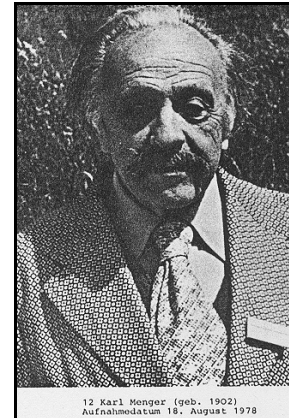
Fig. 5. Der Spektralkegel.



Karl Menger 1902-1988

- *Statistical Metrics* (1942)
- *Probabilistic Theories of Relations* (1951)
- *Ensembles Flous et Fonctions Aléatoires* (1951)
- *Geometry and Positivism. A Probabilistic Microgeometry* (1966)

Mengers Hinweis: *ensembles flous @ hazy sets @ fuzzy sets*



Karl Menger 1902-1988

