

Fuzzy Set Theorie

- Einführung;
- Philosophische Aspekte
- Elektrotechnik im 20. Jahrhundert
- Systems Theory
- Fuzzy Sets und Fuzzy-Systeme,
- Fuzzy Relationen und Fuzzy-Regelung
- Fuzzy Logik, Fuzzy-Algorithmen
- Medizinische Fuzzy Expertensysteme,
- Automaten und Fuzzy-Automaten
- Fuzzy Sets versus Stochastik
- Neuronale Netze und Fuzzy-Neuro-Systeme

Fuzzy Set Theorie

- Allgemeine Einleitung
- Philosophische Aspekte
- Mengen, Motivation
- Wiener Kreis
- Karl Mengers „ensembles flous“
- Erwin Schrödingers „Kolorimetrie“



Moderne Wissenschaft

Descartes, Bacon, Galilei, Leibniz

Postmoderne Wissenschaft

Jean Francois Lyotard (1979): *La Condition postmoderne*
(*Das postmoderne Wissen*)

- Diagnose des Zerfalls der Einheit der Wissenschaft
(als Ausgangsposition)
- Beförderung der Vielfalt
(als Zukunftsaufgabe)

Drei Resultate der modernen Wissenschaft, die das Wissen erschüttern und die *Grundlagenkrise der modernen Wissenschaft* auslösten:

- 1905 Albert Einstein veröffentlichte sein Relativitätsprinzip,
- 1927 Werner Heisenberg fand die Unbestimmtheitsrelationen der Quantenmechanik,
- 1931 Kurt Gödel bewies den Unvollständigkeitssatz

Einsteins Relativitätstheorie

Einsteins Relativitätstheorie besagt, daß kein physikalisches Bezugssystem vor einem anderen ausgezeichnet ist, daß es unendlich viele eigenständige Systeme mit eigener Zeit gibt, zwischen denen man zwar Bezüge knüpfen kann, die sich aber nicht als ein Ganzes darstellen lassen.

Heisenbergs Unbestimmtheitsrelationen

Heisenbergs Relationen zerstören die Idee von der Ganzheit weiter: schon in jedem einzelnen System können nicht alle definierten Größen (z.B. Ort und Impuls, bzw. Energie und Zeit) gleichzeitig bestimmt werden.

Gödels Unvollständigkeitssatz

Aber auch die Mathematik, die Königin der Wissenschaften konnte den Erfordernissen einer Mathesis universalis nicht gerecht werden.

Mit Gödels Unvollständigkeitstheorem ist klar, daß jedes widerspruchsfreie formale System zur Darstellung der elementaren Zahlentheorie unvollständig ist. Seine Widerspruchsfreiheit kann nicht mit den systemeigenen Mitteln bewiesen werden! Es gibt somit keine einheitliche axiomatische Theorie zur Lösung aller mathematischen Probleme

„Postmodernes“ Wissen“

Wie sieht das Wissen in informatisierten Gesellschaften aus?

Wie sieht das Wissen in den durch die „Logik der Datenbanken“, die „Hegemonie der Informatik“ beherrschten Gesellschaften aus?

Lyotard: *La Condition postmoderne*

„Postmodernes“ Wissen“

Mit der Hegemonie der Informatik ist es eine bestimmte Logik, die sich durchsetzt.

Lyotard: *La Condition postmoderne*

Was nicht programmierbar ist, darüber muss man schweigen!

Welsch: *Unsere postmoderne Moderne* (1993)

Abschied von den großen Erzählungen

- Es gibt keine letztbegründete Gewißheit für unser Wissen, es ist unsicheres Wissen, weil es kein formales System gibt, dessen Widerspruchsfreiheit gesichert ist.
- Unser Wissen über die Mikrowelt ist unsicher, weil das formale System der Quantenmechanik die Unbestimmtheitsrelationen enthält.
- Unser erworbenes Wissen ist unsicher, weil es nicht selbst erworben sondern kommuniziert wurde.
- Unser Wissen ist unvollständig, weil eine genaue Berechnung an der Komplexität scheitert.

Unsicheres Wissen

- **Unscharfes Wissen**
- **Wahrscheinliches Wissen**
- **Plausibles Wissen**
 - Dempster-Shafer-Theorie
 - Quanten-Wahrscheinlichkeitstheorie
 - Fuzzy Sets
 - Rough Sets
 - Possibility Theory
 - Evidence Theory (Belief-Functions)
 - Probabilistic Logic
 - Non-monotonic Logik

Skizze

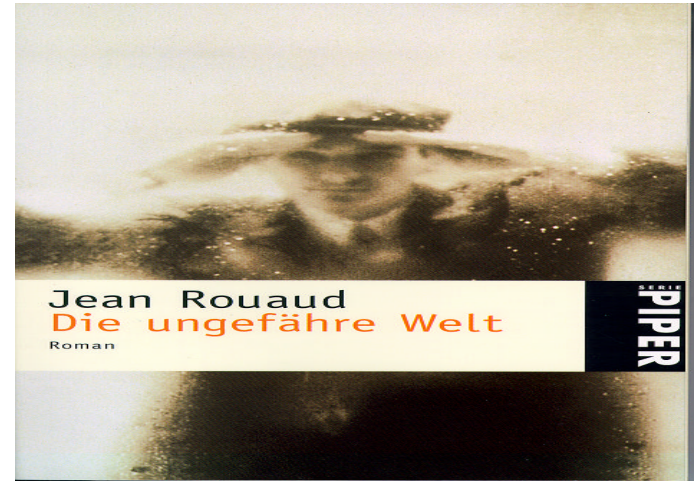
- **Vorgeschichte der Fuzzy Set Theorie**
1920er -1960er Jahre
- **Engere Entstehungsgeschichte der Fuzzy Set Theorie**
1960er Jahre
- **Festigung der Fuzzy Set Theorieals wissenschaftliche Theorie und erste technische Anwendungen**
1970er Jahre
- **Durchsetzung der Fuzzy Set Theorie als ein neues wissenschaftlich - technisches Paradigma**
1980er und 1990er Jahre



TABLE 3

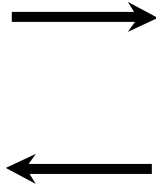
Distribution of year of publication of papers classified as fuzzy

Year	Number
1965	2
1966	4
1967	4
1968	12
1969	22
1970	25
1971	42
1972	58
1973	88
1974	136
1975	227
1976	143 (incomplete)
Total	763



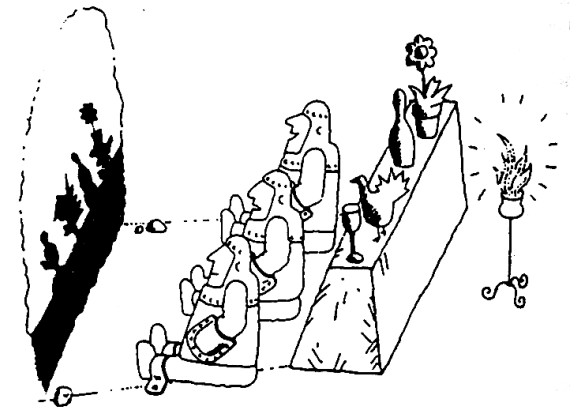
unscharf (fuzzy)

scharf (crisp)



Platons Höhle

(nach R. Rucker: *Die Wunderwelt der vierten Dimension*. München 1984, S. 17.)



Schärfentiefe

(nach R. Rucker: *Die Wunderwelt der vierten Dimension*. München 1984, S. 17.)

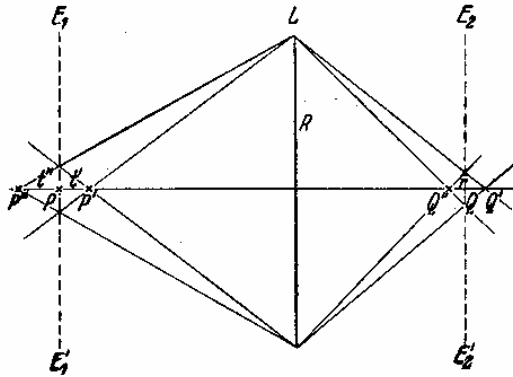


Abb. 508. Zur Ableitung der Schärfentiefe bei einer Sammellinse

Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit.

Albert Einstein

Zadehs Inkompatibilitätsprinzip

The closer one looks at a 'real world' problem, the fuzzier becomes its solution.

Stated informally, the essence of this principle is, that as the complexity of a system increases, our ability to make precise and yet significant statements about its behaviour diminishes until a threshold is reached beyond which precision and significance (or relevance) become almost mutually exclusive characteristics.

Lotfi A. Zadeh, Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics*, Vol. SMC-3, No. 1, January 1973, S. 28-44:28.

Fuzzy Sets

(Lotfi Zadeh, 1965)



Tiere



Seesterne



Berge

Flüssigkeiten



Bakterien

Pflanzen

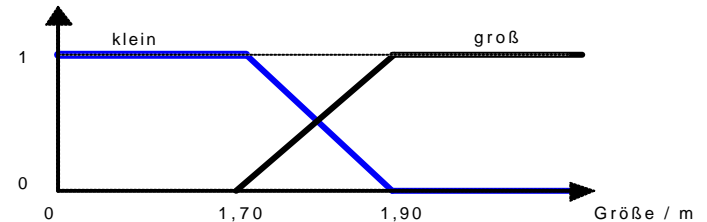
Eleanor Rosch, 1973 mit College-Studenten

Vogel		Obst		Gemüse		Fahrzeug	
Rotkehlchen	1.1	Apfel	1.1	Möhre	1.1	Auto	1.0
Adler	1.2	Pflaume	2.3	Spargel	1.3	Motorroller	2.5
Zaunkönig	1.4	Ananas	2.3	Sellerie	1.7	Boot	2.7
Strauß	3.3	Erdbeere	2.3	Zwiebel	2.7	Dreirad	3.5
Huhn	3.8	Feige	4.7	Petersilie	3.8	Skier	5.7
Fledermaus	5.8	Olive	6.2	Pickles	4.4	Pferd	5.9

	Größe
Alfred	1.62 m
Bernd	1.72 m
Christian	1.79 m
Dieter	1.81 m
Elmar	1.90 m
Franz	2.07 m

Zugehörigkeitsfunktion,

$$G = \{x \mid x \text{ ist ein Mann, und } x \text{ ist größer als } 1,80 \text{ m}\}$$



- **Alles Wissen ist unsicheres Wissen, weil es kein formales System gibt, dessen Widerspruchsfreiheit gesichert ist.**
- **Unser Wissen über die Mikrowelt ist unsicheres Wissen, weil das formale System zur Beschreibung der Quantenmechanik die Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelationen enthält,**
- **und schließlich wissen wir vieles nur unvollständig, z.B. weil eine genaue Berechnung innerhalb eines bestimmten Zeitrahmens selbst für Computer an der großen Systemkomplexität scheitern würde.**

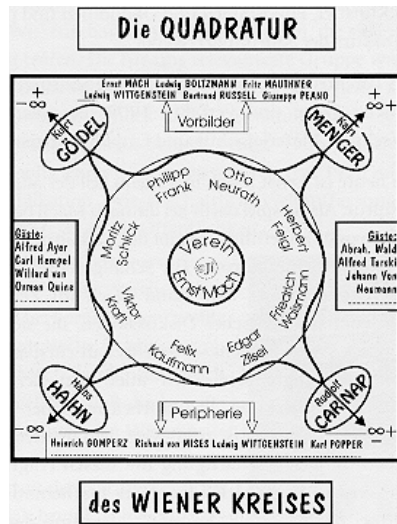
Karl Menger
1902-1988



Karl Menger, late 1920s. (Courtesy Rosemary Menger Gilmore, Chicago.)

Wiener Kreis

1924 - 1936



Luitzen Egbertus Brouwer (1881 - 1966)

Intuitionismus

- Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten ist ein *unerlaubtes* Beweismittel in Logik und Mathematik.

Es ist unzulässig, Dinge, welche eine bestimmte Eigenschaft besitzen, zu einer Menge zu vereinigen. Auf diesem Wege ist die Mengenlehre nicht zu begründen. Vielmehr muß ihr eine *konstruktive* Mengendefinition zugrunde gelegt werden.



Luitzen E. J. Brouwer

Karl Menger (1902 - 1985), Standpunkt 1927

- Für jede der verschiedenen Versionen von Konstruierbarkeit kann man eine zugehörige deduktive Mathematik entwickeln.
- Das Beharren auf einer besonderen Idee der Konstruierbarkeit, sowie die zugehörigen Entwicklungen als sinnvoll und die Ablehnungen der darüber hinausgehenden Ergebnisse als sinnlos zu kennzeichnen haben nicht den geringsten kognitiven Inhalt.
- Für Mathematik und Logik ist allein die Frage interessant, wie man ausgehend von gewissen Aussagen gemäß bestimmten Regeln zu anderen Aussagen kommt interessant, während die Begründung von Aussagen oder Transformationsregeln mit Bezug auf die Intuition nichts als leere Worte sind.

Das Logische Toleranzprinzip

- Tolerante Einstellung: Menger, *Der Intuitionismus*, 1930
- Wörtlich: Rudolf Carnap. *Logische Syntax der Sprache*, 1934

**„das Toleranzprinzip:
wir wollen nicht Verbote aufstellen,
sondern Festsetzungen treffen.“**

....

In der Logik gibt es keine Moral.

Jeder mag seine Logik, d.h. seine Sprachform, aufbauen wie er will.

Nur muß er, wenn er mit uns diskutieren will, deutlich angeben,
wie er es machen will, syntaktische Bestimmungen geben
anstatt philosophische Erörterungen.“

Karl Menger, *Distanzierung vom Wiener Kreis* 1928/29

- Programmschrift *Wissenschaftliche Weltauffassung: Der Wiener Kreis* (1928/29)
- Gründung des *Mathematischen Kolloquiums* (1930) mit Schriftenreihe *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums* (1931-1937)
- Krise und Neuaufbau in den exakten Wissenschaften (1933)
- Alte Probleme - Neue Lösungen in den exakten Wissenschaften (1934)
- Neuere Fortschritte in den exakten Wissenschaften (1936)



Karl Menger, late 1920s. (Courtesy Rosemary Menger Gilmore, Chicago.)

Karl Menger 1902-1988

- | | |
|------------|---|
| 1924: | Dissertation |
| 1925: | Rockefeller-Stipendium, Amsterdam 1926: Habilitation bei L. E. J. Brouwer |
| 1927 - 36: | Prof. für Geometrie in Wien |
| 1930: | Erste Reise in die USA |
| 1930/31: | Aufenthalte in Harvard, Rice Institute |
| 1937: | Emigration in die USA |
| 1937-46: | Prof. in Notre Dame, Indiana |
| 1946-71: | Prof. in Chicago |
| 1951: | Gastprofessor an der Sorbonne, Paris; Gastprofessuren z. B. Arizona, Ankara, Wien |
| 1988 | gestorben in Chicago |
13. Januar 1902: geboren
- 1913 - 1920: Gymnasium in Wien
- 1920 - 1924: Studium in Wien (Physik, Mathematik)



entry.de ist ein Projekt des DFN-CIS (Center for Information Services) an der Zentralstelle für Datenverarbeitung der Freien Universität Berlin. DFN-CIS wird durch den DFN-Verein mit Mitteln des BMBF gefördert.

DFN bmb+f sgi GraS



Information Expertensuche Registrierung

DAS VERZEICHNIS DEUTSCHER WWW-SERVER

Schnellsuche
Jetzt mit erweiterter Fuzzy-Suche!

Bundesland Language

Suche nach "Nikolaus"

Einen Eintrag im Bereich Ortsnamen gefunden
Server des Ortes Nikolauserhof sind gelistet bei der Stadt Kaiserslautern

5 Einträge im Bereich Webserver gefunden

- € Nikolaus Leonhardt, Bedachungen GmbH: Bedachungen Klempnerarbeiten Gerüstbau
- © St. Nikolaus-Hospital: Wir bieten für den Patienten eine optimale medizinische sowie pflegerische Versorgung
- € Trierischer Volksfreund Nikolaus Koch GmbH: Der Trierische Volksfreund - die Tageszeitung im Regierungsbezirk Trier. Das Medienhaus der Region.
- € S. Nikolaus: Beton
- € Antiquariat Nikolaus Struck: Antiquariat mit dekorativer Graphik, Stichen, Landkarten, ...

entry.de ist ein Projekt des DFN-CIS (Center for Information Services) an der Zentralstelle für Datenverarbeitung der Freien Universität Berlin. DFN-CIS wird durch den DFN-Verein mit Mitteln des BMBF gefördert.

DFN bmb+f sgi GraS

Karl Menger 1942: Probabilistic Metrics

$F_{pq}(x)$ ist für jede reelle Zahl x die Wahrscheinlichkeit, dass der Abstand zwischen p und q kleiner als x ist.

F ist also eine Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion

$$F_{pq}(x+y) \geq T(F_{pq}(x), F_{qr}(y)),$$

für p, q, r in S ; x, y in R

T ist dabei eine Funktion des geschlossenen Einheitsquadrats in das geschlossene Einheitsintervall mit den Eigenschaften

- $T(a, b) = T(b, a)$
- $T(a, b) \leq T(c, d)$ für alle $a \leq c, b \leq d$,
- $T(a, 1) > 0$, für alle $a > 0$, $T(1, 1) = 1$.

Karl Menger 1942: Probabilistic Metrics

S sei eine Menge. Für alle zwei Elementen p und q von S sei $\Pi(x; p, q)$ eine Wahrscheinlichkeitsfunktion für die gilt:

- $\Pi(0; p, q) = 1$, d. h.:
Mit Wahrscheinlichkeit 1 ist der Abstand zwischen p und q gleich 0.
- Wenn $p \neq q$, dann $\Pi(0; p, q) < 1$,
- $\Pi(x; p, q) = \Pi(x; q, p)$,
- $T[\Pi(x; p, q), \Pi(y; q, r)] \leq \Pi(x+y; p, r)$, d. i.
eine Dreiecksungleichung für ein "+" für die Wahrscheinlichkeitsfunktion!

Karl Menger 1966: *Geometry and Positivism*.

A Probabilistic Microgeometry



Ernst Mach 1837 - 1916



Henri Poincaré 1854 - 1912

Das beobachtbare physikalische Kontinuum

$$A = B, \quad B = C, \quad A \neq C.$$

Wenn also $E(a, b)$ die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, daß a und b gleich sind, dann gelten die folgenden Postulate:

- $E(a, a) = 1$ für alle a ;
- $E(a, b) = E(b, a)$ für alle a und b ;
- $E(a, b) \cdot E(b, c) \leq E(a, c)$ für alle a, b, c .

- a und b heißen *gewiß-gleich* (certainly-equal), unter der Voraussetzung, daß $E(a, b) = 1$ (Gleichheitsrelation)
- Alle die Elementen, die *gewiß-gleich* zu a sind, können zu einer "Gleichheitsmenge" A zusammengefasst werden.
- Alle zwei solchen Mengen sind disjunkt, es sei denn sie sind identisch.
- $E(A, B)$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß jedes Element von A und jedes Element von B gleich sind. Für diese Zahl ist die besondere Wahl der jeweiligen zwei Elemente unabhängig.

Beispiel:

$$-\log E(A, B) = d(A, B),$$

dann :

- $(1_a')$ $d(A, A) = 0$;
 $(1_b')$ $d(A, B) \geq 0$;
 $(1_c')$ $d(A, B) \neq 0$, wenn $A \neq B$;
- $(2')$ $d(A, B) = d(B, A)$ für alle a und b ;
- $(3')$ $d(A, B) + d(B, C) \geq d(A, C)$.



Erwin Schrödinger (1887 – 1961)

Der Abstand zwischen zwei Farben C und C' ist gleich 1, wenn sie "klar unterscheidbar" sind.

Der Abstand zwischen zwei Farben C und C' ist gleich einer natürlichen Zahl n , wenn es eine Folge von Elementen

$$C_0 = C, C_1, C_2, \dots, C_{n-1}, C_n = C'$$

gibt, so daß jedes Paar aufeinanderfolgender Elemente C_{i-1} und C_i "klar unterscheidbar" ist und es keine kürzere Kette dieser Art gibt.

1920:
Theorie der
Farbenmetrik
(Kolorimetrie)



Fig. 4.

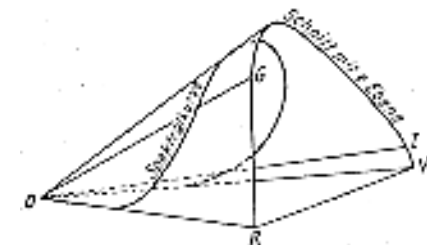
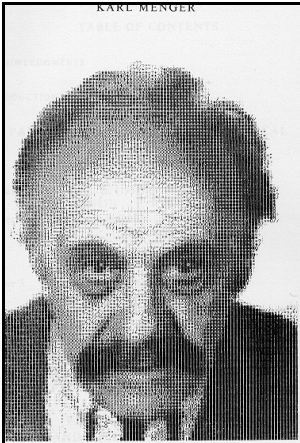


Fig. 5. Der Spektralkegel.



KARL MENDER

The computer-generated portrait was made in The Computer Place, Atlanta, Georgia (November 1977).

Karl Menger 1902-1988

- *Statistical Metrics* (1942)
- *Probabilistic Theories of Relations* (1951)
- *Ensembles Flous et Fonctions Aléatoires* (1951)
- *Geometry and Positivism. A Probabilistic Microgeometry* (1966)

Mengers Hinweis: *ensembles flous @ hazy sets @ fuzzy sets*

