Zusammenfassung

- **Alles Wissen ist unsicheres Wissen, weil es kein formales System gibt, dessen Widerspruchsfreiheit gesichert ist.**
- **Unser Wissen über die Mikrowelt ist unsicheres Wissen, weil das formale System zur Beschreibung der Quanten-mechanik die Heisenbergschen Unbestimmtheits-relationen enthält,**
- **und schließlich wissen wir vieles nur unvollständig, z.B. weil eine genaue Berechnung innerhalb eines bestimm-ten Zeitrahmens selbst für Computer an der großen Systemkomplexität scheitern würde.**

Zadehs Inkompatibilitätsprinzip

The closer one looks at a ‘real world‘ problem,

the fuzzier becomes its solution.

Stated informally, the essence of this principle is, that as the complexity of a system increases, our ability to make precise and yet significant statements about ist behaviour diminishes until a threshold is reached beyond which precision and significance (or relevance) become almost mutually exclusive characteristics.

Lotfi A. Zadeh, Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics,* Vol. SMC-3, No. 1, January 1973, S. 28-44:28.

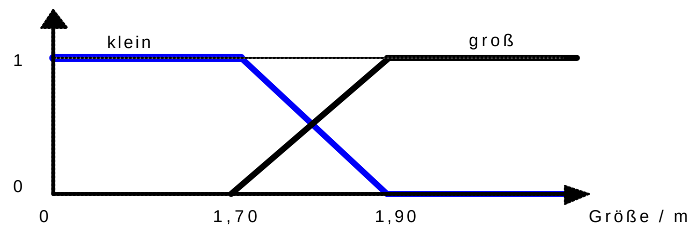
Eleanor Rosch, 1973 mit College-Studenten

Vogel		Obst		Gemüse		Fahrzeug	
Rotkehlchen	**1,1**	**Apfel**	**1,1**	**Möhre**	**1,1**	**Auto**	**1,0**
Adler	**1,2**	**Pflaume**	**2,3**	**Spargel**	**1,3**	**Motorroller**	**2,5**
Zaunkönig	**1,4**	**Ananas**	**2,3**	**Sellerie**	**1,7**	**Boot**	**2,7**
Strauß	**3,3**	**Erdbeere**	**2,3**	**Zwiebel**	**2,7**	**Dreirad**	**3,5**
Huhn	**3,8**	**Feige**	**4,7**	**Petersilie**	**3,8**	**Skier**	**5,7**
Fledermaus	**5,8**	**Olive**	**6,2**	**Pickles**	**4,4**	**Pferd**	**5,9**

	Größe
Alfred	**1,62 m**
Bernd	**1,72 m**
Christian	**1,79 m**
Dieter	**1,81 m**
Elmar	**1,90 m**
Franz	**2,07 m**

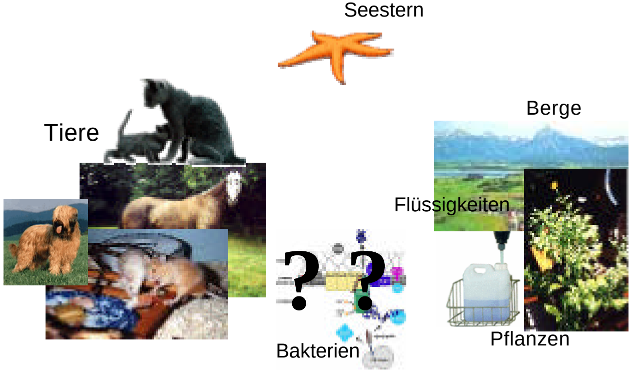
Zugehörigkeitsfunktion

G = {x | x ist ein Mann, und x ist größer als 1,80 m}



cklung der Kommunikationsmedien im zweiten

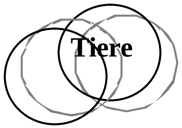
Lotfi A. Zadeh, 1965: Fuzzy Sets



Lotfi A. Zadeh, 1965: Fuzzy Sets

Objekte mit “unklarem” Status bezüglich gewisser Mengen

- **Seesterne, Bakterien** **?**



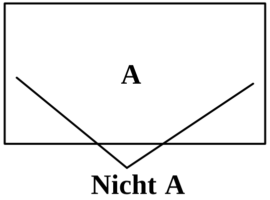
- **“a number such as 10”** **?**

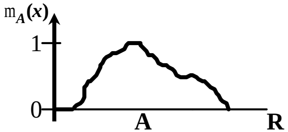
“the “class” of all real numbers which are much greater **than 1”**

Lotfi A. Zadeh, 1965: Fuzzy Sets

Definition:

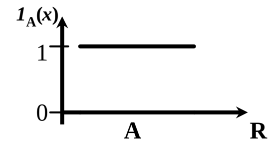
„A fuzzy set (class) *A* in *X* is characterized by a membership function (characteristic function) $m_A(x)$ which associates with each point in *X* a real number in the intervall [0,1], with the value of $m_A(x)$ at *x* representing the ‚grade of membership‘ of x in A.“



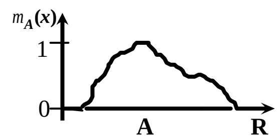


Lotfi A. Zadeh, 1965: Fuzzy Sets

Gewöhnliche Mengentheorie



Fuzzy set theory



cklung der Kommunikationsmedien im zweiten

Lotfi A. Zadeh, 1965: Fuzzy Sets

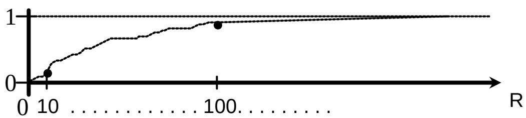
X = Menge der reellen Zahlen

A = fuzzy set der Zahlen, die viel größer als 1 sind

Charakterisierung durch die Zugehörigkeitsfunktion:

$m_A(0) = 0$ $m_A(1) = 0$ $m_A(5) = 0.01$

$m_A(10) = 0.2$ $m_A(100) = 0.95$ $m_A(500) = 1$



Lotfi A. Zadeh, 1965: Fuzzy Sets

Ein *fuzzy set* ist leer genau dann, wenn gilt: $m_A(x) = 0,\ x \in X$.

Zwei *fuzzy sets* sind gleich, *A* = *B*, genau dann, wenn gilt: $m_A(x) = m_B(x),\ x \in X$.

Das Komplement *A'* eines *fuzzy set* *A* ist definiert durch:

$$m_{A'} = 1 - m_A, \quad x \in X.$$

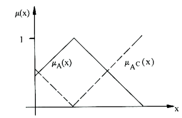
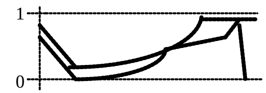


Fig.2.24 Die Negation von Zugehörigkeitsfunktionen wird beschrieben durch die entsprechenden Komplemente. $\mu_{A^C}(x)$ ist das Komplement der Zugehörigkeitsfunktion $\mu_A(x)$.

Ein *fuzzy set* *A* ist Teilmenge eines *fuzzy set B* genau dann, wenn gilt:

$$m_A(x) < m_B(x), \qquad x \in X.$$



Fuzzy-Differenz

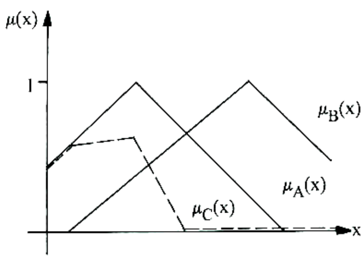


Fig.2.25 Durch Differenzbildung ergibt sich eine neue Zugehörigkeitsfunktion $\mu_C(x)$, mit Werten zwischen [0,1].

Lotfi A. Zadeh, 1965: Fuzzy Sets

Die "Vereinigung" zweier *fuzzy sets* *A* und *B* ist ein *fuzzy set* *A* v *B* mit der *Zugehörigkeitsfunktion*

$$m_{A \vee B}(x) = \text{Max}\,[m_A(x), m_B(x)],\ x \in X$$

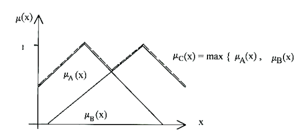


Fig. 2.18 Der Vereinigung entspricht einer logischen ODER-Verknüpfung. $\mu_C(x)$ definiert den maximalen Wert der jeweiligen Zugehörigkeitsfunktion $\mu_A(x)$ oder $\mu_B(x)$.

Der "Durchschnitt" zweier *fuzzy sets* *A* und *B* ist ein *fuzzy set* *A* ^ *B* mit der *Zugehörigkeitsfunktion*

$$m_{A \wedge B}(x) = \text{Min}\,[m_A(x), m_B(x)],\ x \in X$$

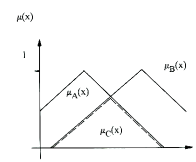


Fig.2.21 Die Schnittmengenbildung entspricht der logischen UND-Verknüpfung. Die Mitgliedschaftsfunktion $\mu_C(x)$ definiert den minimalen Wert von $\mu_A(x)$ oder $\mu_B(x)$.

cklung der Kommunikationsmedien im zweiten