mathe 1
07.03.07

Übungen

Grp 1	MO	14 - 16	FH 2	1. Übung am <u>15.3</u>
2	DI	8.15 - 9.45	2	2h
3	MI	12 - 14	3	
4	MI	16 - 17:30	2	
5	DO	15 - 17	7	

www.dmg.tuwien.ac.at/gittenberger/m1d.html

Anmeldung tuwis ++ 8 - 13.3

VO Mo 12 - 14 FH 1 (12.3 HS 16)

Mi 8.30 - 10 HS 17

Prüfungstermin am 2.7 (100 min, schriftlich, 5 Bsp)
·) 2 Theoretisch

Sekr.: FH, Turm A (grün), 5. Stock

Zahlen

natürliche Zahlen

$\mathbb{N} = \{\emptyset, 1, 2, 3, \ldots\}$ $\emptyset' = 1$, $\emptyset'' = 2$

- kleinstes Element $\to \emptyset$
- immer ein Nachfolger

Peanoaxiome

1) $\emptyset$ ist eine natürliche Zahl
2) Jede natürliche Zahl n hat genau einen Nachfolger $n' = n+1$
3) $\emptyset$ ist kein Nachfolger einer natürlichen Zahl
4) Verschiedene natürliche Zahlen haben verschiedene Nachfolger
5) Induktionsaxiome: Erfüllt $\emptyset$ eine Eigenschaft und überträgt sich diese Eigenschaft von jeder natürlichen Zahl zu ihrem Nachfolger, so haben alle natürlichen Zahlen diese Eigenschaft

(natürliche Zahl ist eine Primzahl, oder ein Produkt von Primzahlen)

---

n ... natürliche Zahl $P(n)$ ... Eigenschaft, die von n erfüllt werden kann

2 Möglichkeiten: $P(n)$ ist wahr / falsch

$$\underset{\text{und}}{P(\emptyset) \wedge} \Big(\underbrace{\text{für alle}}_{\forall}\ n \in \mathbb{N} : P(n) \underset{\text{folgt}}{\Rightarrow} P(\underbrace{n+1}_{n'})\Big) \Rightarrow \big(\text{für alle } n \in \mathbb{N} : P(n)\big)$$

$\cancel{\emptyset \to}$

$\emptyset \to 1 \to 2 \cancel{\to}$

$\emptyset \to 1 \to 2 \to 3 \cancel{\to \ldots}$

$\boxed{\emptyset \to 1 \to 2 \to 3 \to 4}$

$\emptyset \to 1 \to 2 \to 3 \to$

mathe1VO

07.3.07/12

Bsp:

$P(n)$ ...... $\underbrace{0+1+2+\dots+n}$ $= \frac{n(n+1)}{2}$

$$\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$P(0)$: $\sum_{k=0}^{0} k = 0 = \frac{0\cdot 1}{2} = 0$ (Induktionsanfang)

$P(n) \Rightarrow P(n+1)$:

$$\sum_{k=0}^{n+1} k = \underbrace{0+1+2\dots+n}+(n+1)$$

$$= \underbrace{\sum_{k=0}^{n} k} + (n+1)$$

Induktionsbehauptung $= \frac{n\cdot(n+1)}{2} + (n+1)$

Induktionsvorraussetzung $= \left(\frac{n}{2}+1\right)\cdot(n+1) = \frac{n+2}{2}(n+1)$

(Induktionsschritt) $= \frac{(n+1)\cdot(n+1)+1}{2}$ ... $P(n+1)$

Addition

$n+1 = n'$ ..... Nachfolger ($1 = \emptyset'$)

$n+2 = n+1' = (n+1)'$

$n+3 = n+2' = (n+2)'$

Allgemein:

$$n+k' = (n+k)'$$ .... rekursive Definition

Multiplikation

$n \cdot \emptyset = \emptyset$

$n \cdot 1 = n$

$n \cdot 2 = n \cdot 1 + n$

$n \cdot k' = n \cdot k + n$

Rechenregeln (gelten für natürliche und ganze Zahlen)

- Kommutativgesetz:

  $n+m = m+n$ $\qquad$ $n \cdot m = m \cdot n$

  Beweis durch Induktion (try it)

- Assoziativgesetz:

  $(n+m)+k = n+(m+k)$ $\qquad$ $(n \cdot m) \cdot k = n \cdot (m \cdot k)$

- Distributivgesetz:

  $m \cdot (n+k) = m \cdot n + m \cdot k$

neutrale Elemente:

$\emptyset + n = n + \emptyset = n$

$n \cdot 1 = 1 \cdot n = n$

mathe1 VO

07.03.07/3

Subtraktion

$m - n = k$ falls $n + k = m$

$m : n = k$ falls $k \cdot n = m$

(nicht immer möglich)

Ganze Zahlen:

$\mathbb{Z} = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$

$\to -3 \to -2 \to -1 \to 0 \to 1 \to 2 \to 3 \to$

Addition, Multiplikation, Subtraktion