Theoretische Informatik 1 – Übungsblatt 8 (SS2006) Lösungen

Aufgabe 8.1 Verwenden Sie den Sequentialkalkül um für folgende Formeln entweder Modelle zu finden oder deren Unerfüllbarkeit nachzuweisen.

a) $(\neg A \vee \neg(B \supset A)) \supset ((C \supset B) \wedge \neg B)$

b) $((\neg\neg A \supset B) \supset (B \vee \neg A)) \supset \neg(\neg(B \supset C) \supset (E \supset B))$

Lösung

a) Wir müssen versuchen den Sequenten $(\neg A \vee \neg(B \supset A)) \supset ((C \supset B) \wedge \neg B) \vdash$ abzuleiten:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}\text{Anti-Axiom}\\ A \vdash B\end{array} \qquad \begin{array}{c}\text{Anti-Axiom}\\ A \vdash\end{array}}{A, B \supset A \vdash}\;\supset\text{-l}}{A \vdash \neg(B \supset A)}\;\neg\text{-r}}{\vdash \neg A, \neg(B \supset A)}\;\neg\text{-r}}{\vdash \neg A \vee \neg(B \supset A)}\;\vee\text{-r} \qquad \begin{array}{c}\vdots\\ (C \supset B) \wedge \neg B \vdash\end{array}}{(\neg A \vee \neg(B \supset A)) \supset ((C \supset B) \wedge \neg B) \vdash}\;\supset\text{-l}$$

Das Anti-Axiom $A \vdash$ gibt an, dass jede Interpretation I mit $I(A) = \mathbf{t}$ ein Gegenbeispiel zur Konsequenzbehauptung $\{(\neg A \vee \neg(B \supset A)) \supset ((C \supset B) \wedge \neg B)\} \models \{\}$ und damit ein Modell der Ausgangsformel ist. Also, z.B., I mit $I(A) = \mathbf{t}$, $I(B) = \mathbf{t}$, $I(C) = \mathbf{t}$ und $I(D) = \mathbf{t}$.
(Da bereits ein Zweig, der in einem Anti-Axiom endet, zur Widerlegung der Konsequenzbehauptung aussreicht, muss der Rest des Ableitungsversuchs nicht weiter ausgeführt werden.)

b) Wir leiten den Sequenten $((\neg\neg A \supset B) \supset (B \vee \neg A)) \supset \neg(\neg(B \supset C) \supset (E \supset B)) \vdash$ ab:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}\text{Axiom}\\ A \vdash B, A\end{array}}{A, \neg A \vdash B}\;\neg\text{-l}}{A \vdash B, \neg\neg A}\;\neg\text{-r} \qquad \begin{array}{c}\text{Axiom}\\ B, A \vdash B\end{array}}{\neg\neg A \supset B, A \vdash B}\;\supset\text{-l}}{\neg\neg A \supset B \vdash B, \neg A}\;\neg\text{-r}}{\neg\neg A \supset B \vdash B \vee \neg A}\;\vee\text{-r}}{\vdash (\neg\neg A \supset B) \supset (B \vee \neg A)}\;\supset\text{-r} \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}\text{Axiom}\\ E, B \vdash B, C\end{array}}{E \vdash B, B \supset C}\;\supset\text{-r}}{\vdash E \supset B, B \supset C}\;\supset\text{-r}}{\neg(B \supset C) \vdash E \supset B}\;\neg\text{-l}}{\vdash \neg(B \supset C) \supset (E \supset B)}\;\supset\text{-r}}{\neg(\neg(B \supset C) \supset (E \supset B)) \vdash}\;\neg\text{-l}}{((\neg\neg A \supset B) \supset (B \vee \neg A)) \supset \neg(\neg(B \supset C) \supset (E \supset B)) \vdash}\;\supset\text{-l}$$

Wegen der Korrektheit des Sequentialkalküls folgt die Richtigkeit der Konsequenzbehauptung $((\neg\neg A \supset B) \supset (B \vee \neg A)) \supset \neg(\neg(B \supset C) \supset (E \supset B)) \models \{\}$ und somit die Unerfüllbarkeit der Formel.

Aufgabe 8.2 Finden Sie Regeln '$\equiv$-l' und '$\equiv$-r', die den Seqentialkalkül (korrekt und vollständig) auf Formeln mit dem Junktor $\equiv$ erweitern. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Regeln.
Hinweis: Beide Regeln sind binär.

Lösung Wir definieren folgende Regeln:

$$\dfrac{\mathcal{F}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{B} \vdash \mathcal{G} \qquad \mathcal{F} \vdash \mathcal{G}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}}{\mathcal{F}, \boldsymbol{A} \equiv \boldsymbol{B} \vdash \mathcal{G}}\;\equiv\text{-l} \qquad \dfrac{\mathcal{F}, \boldsymbol{A} \vdash \mathcal{G}, \boldsymbol{B} \qquad \mathcal{F}, \boldsymbol{B} \vdash \mathcal{G}, \boldsymbol{A}}{\mathcal{F} \vdash \mathcal{G}, \boldsymbol{A} \equiv \boldsymbol{B}}\;\equiv\text{-r}$$

Für den Korrektheitsbeweis beziehen wir uns auf folgende Definition (VO-Skriptum S.83):
$\mathcal{F} \models \mathcal{G}$ heißt: für alle I entweder $\mathcal{M}_{AF}(I, F) = \mathbf{f}$ für ein $F \in \mathcal{F}$ oder $\mathcal{M}_{AF}(I, G) = \mathbf{t}$ für ein $G \in \mathcal{G}$.

Korrektheit der Regel $\equiv$-l:
Wir müssen zeigen, dass aus den Annahmen $\mathcal{F}, A, B \models \mathcal{G}$ und $\mathcal{F} \models \mathcal{G}, A, B$ folgt, dass auch $\mathcal{F}, A \equiv B \models \mathcal{G}$. Laut Definition folgt aus den Annnahmen, dass für jede Interpretation I mindestens einer der folgenden Fälle zutrifft:

1. $\mathcal{M}_{AF}(I, F) = \mathbf{f}$ für ein $F \in \mathcal{F}$: Da F auch Element von $\mathcal{F} \cup \{A \equiv B\}$ ist, hat eine Formel der linken Seite der Konklusion der Regel den Wert $\mathbf{f}$ in I.
2. $\mathcal{M}_{AF}(I, G) = \mathbf{t}$ für ein $G \in \mathcal{G}$: Es folgt unmittelbar, dass auch eine Formel der rechten Seite der Konklusion der Regel den Wert $\mathbf{t}$ in I hat.
3. $\mathcal{M}_{AF}(I, A) = \mathbf{f}$ oder $\mathcal{M}_{AF}(I, B) = \mathbf{f}$ sowie außerdem $\mathcal{M}_{AF}(I, A) = \mathbf{t}$ oder $\mathcal{M}_{AF}(I, B) = \mathbf{t}$: Das bedeutet, dass genau eine der beiden Formeln A und B in I den Wert $\mathbf{t}$ hat, während die andere Formel den Wert $\mathbf{f}$ hat. Aus der Definition der Semantik von '$\equiv$' folgt daher $\mathcal{M}_{AF}(I, A \equiv B) = \mathbf{f}$.

In allen drei Fällen gilt also $\mathcal{M}_{AF}(I, F) = \mathbf{f}$ für ein $F \in \mathcal{F} \cup \{A \equiv B\}$ oder $\mathcal{M}_{AF}(I, G) = \mathbf{t}$ für ein $G \in \mathcal{G}$. Mit anderen Worten: $\mathcal{F}, A \equiv B \models \mathcal{G}$.

Ganz analog gilt auch die *Korrektheit der Regel $\equiv$-r:*
Wir müssen zeigen, dass aus den Annahmen $\mathcal{F}, A \models \mathcal{G}, B$ und $\mathcal{F}, B \models \mathcal{G}, A$ folgt, dass auch $\mathcal{F} \models \mathcal{G}, A \equiv B$. Laut Definition folgt aus den Annnahmen, dass für jede Interpretation I mindestens einer der folgenden Fälle zutrifft:

1. $\mathcal{M}_{AF}(I, F) = \mathbf{f}$ für ein $F \in \mathcal{F}$: Es folgt unmittelbar, dass auch eine Formel der linken Seite der Konklusion der Regel den Wert $\mathbf{f}$ in I hat.
2. $\mathcal{M}_{AF}(I, G) = \mathbf{t}$ für ein $G \in \mathcal{G}$: Da G auch Element von $\mathcal{G} \cup \{A \equiv B\}$ ist, hat eine Formel der rechten Seite der Konklusion der Regel den Wert $\mathbf{t}$ in I.
3. $\mathcal{M}_{AF}(I, A) = \mathbf{f}$ oder $\mathcal{M}_{AF}(I, B) = \mathbf{t}$ sowie außerdem $\mathcal{M}_{AF}(I, B) = \mathbf{f}$ oder $\mathcal{M}_{AF}(I, A) = \mathbf{t}$: Das bedeutet, dass die beiden Formeln A und B in I den selben Wert ($\mathbf{f}$ oder $\mathbf{t}$) haben. Aus der Definition der Semantik von '$\equiv$' folgt daher $\mathcal{M}_{AF}(I, A \equiv B) = \mathbf{t}$.

In allen drei Fällen gilt also $\mathcal{M}_{AF}(I, F) = \mathbf{f}$ für ein $F \in \mathcal{F}$ oder $\mathcal{M}_{AF}(I, G) = \mathbf{t}$ für ein $G \in \mathcal{G} \cup \{A \equiv B\}$. Mit anderen Worten: $\mathcal{F} \models \mathcal{G}, A \equiv B$.

Aufgabe 8.3 Verwenden Sie den Tableau-Kalkül um für folgende Formeln entweder je ein Gegenbeispiel zu finden oder deren Gültigkeit nachzuweisen.

a) $(((A \wedge D) \supset (B \vee \neg C)) \supset (C \wedge A)) \supset (A \wedge C)$

b) $((A \supset (C \vee \neg B)) \supset B) \vee (\neg D \vee (\neg(A \wedge \neg C) \vee B))$

Lösung

a) Wir konstruieren folgendes Tableau:

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="10">$\mathbf{f} : (((A \wedge D) \supset (B \vee \neg C)) \supset (C \wedge A)) \supset (A \wedge C)$</td><td>Annahme</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="10">$\mathbf{t} : ((A \wedge D) \supset (B \vee \neg C)) \supset (C \wedge A)$</td><td>von 1</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="10">$\mathbf{f} : A \wedge C$</td><td>von 1</td></tr>
<tr><td>(4)</td><td colspan="4">$\mathbf{f} : (A \wedge D) \supset (B \vee \neg C)$</td><td>von 2</td><td>(5)</td><td colspan="4">$\mathbf{t} : C \wedge A$</td><td>von 2</td></tr>
<tr><td>(6)</td><td colspan="4">$\mathbf{t} : A \wedge D$</td><td>von 4</td><td>(15)</td><td colspan="4">$\mathbf{t} : C$</td><td>von 5</td></tr>
<tr><td>(7)</td><td colspan="4">$\mathbf{f} : B \vee \neg C$</td><td>von 4</td><td>(16)</td><td colspan="4">$\mathbf{t} : A$</td><td>von 5</td></tr>
<tr><td>(8)</td><td colspan="4">$\mathbf{t} : A$</td><td>von 6</td><td>(17)</td><td>$\mathbf{f} : A$</td><td>von 3</td><td>(18)</td><td>$\mathbf{f} : C$</td><td>von 3</td></tr>
<tr><td>(9)</td><td colspan="4">$\mathbf{t} : D$</td><td>von 6</td><td></td><td>$\times$</td><td>(16/17)</td><td></td><td>$\times$</td><td>(15/18)</td></tr>
<tr><td>(10)</td><td colspan="4">$\mathbf{f} : B$</td><td>von 7</td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td>(11)</td><td colspan="4">$\mathbf{f} : \neg C$</td><td>von 7</td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td>(12)</td><td colspan="4">$\mathbf{t} : C$</td><td>von 11</td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td>(13)</td><td>$\mathbf{f} : A$</td><td>von 3</td><td>(14)</td><td>$\mathbf{f} : C$</td><td>von 3</td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td></td><td>$\times$</td><td>(8/13)</td><td></td><td>$\times$</td><td>(12/14)</td><td colspan="6"></td></tr>
</table>

Da das Tableau geschlossen ist, ist die Formel gültig.

b) Wir konstruieren folgendes Tableau:

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="7">$\mathbf{f} : ((A \supset (C \vee \neg B)) \supset B) \vee (\neg D \vee (\neg(A \wedge \neg C) \vee B))$</td><td>Annahme</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="7">$\mathbf{f} : (A \supset (C \vee \neg B)) \supset B$</td><td>von 1</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="7">$\mathbf{f} : \neg D \vee (\neg(A \wedge \neg C) \vee B)$</td><td>von 1</td></tr>
<tr><td>(4)</td><td colspan="7">$\mathbf{t} : A \supset (C \vee \neg B)$</td><td>von 2</td></tr>
<tr><td>(5)</td><td colspan="7">$\mathbf{f} : B$</td><td>von 2</td></tr>
<tr><td>(6)</td><td colspan="7">$\mathbf{f} : \neg D$</td><td>von 3</td></tr>
<tr><td>(7)</td><td colspan="7">$\mathbf{f} : \neg(A \wedge \neg C) \vee B$</td><td>von 3</td></tr>
<tr><td>(8)</td><td colspan="7">$\mathbf{t} : D$</td><td>von 6</td></tr>
<tr><td>(9)</td><td colspan="7">$\mathbf{f} : \neg(A \wedge \neg C)$</td><td>von 7</td></tr>
<tr><td>(10)</td><td colspan="7">$\mathbf{f} : B$</td><td>von 7</td></tr>
<tr><td>(11)</td><td colspan="7">$\mathbf{t} : A \wedge \neg C$</td><td>von 9</td></tr>
<tr><td>(12)</td><td colspan="7">$\mathbf{t} : A$</td><td>von 11</td></tr>
<tr><td>(13)</td><td colspan="7">$\mathbf{t} : \neg C$</td><td>von 11</td></tr>
<tr><td>(14)</td><td colspan="7">$\mathbf{f} : C$</td><td>von 13</td></tr>
<tr><td>(15)</td><td>$\mathbf{f} : A$</td><td>von 4</td><td>(16)</td><td colspan="4">$\mathbf{t} : C \vee \neg B$</td><td>von 4</td></tr>
<tr><td></td><td>$\times$</td><td>12/15</td><td>(17)</td><td>$\mathbf{t} : C$</td><td>von 16</td><td>(18)</td><td>$\mathbf{t} : \neg B$</td><td>von 16</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$\times$</td><td>13/17</td><td>(19)</td><td>$\mathbf{f} : B$</td><td>von 18</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$\Uparrow$</td><td></td></tr>
</table>

Der mit $\Uparrow$ gekennzeichnete Ast kann nicht weiter expandiert werden. Da sich auf diesem Ast kein Widerspruch findet, ist die Interpretation I mit $I(A) = \mathbf{t}$, $I(B) = \mathbf{f}$, $I(C) = \mathbf{f}$, $I(D) = \mathbf{t}$ ein Gegenmodell zur Ausgangsformel ist.

Aufgabe 8.4 Zeigen Sie mittels Resolution, dass $\neg A$ eine logische Konsequenz folgender Formeln ist: $A \supset (B \downarrow C)$, $(C \not\subset \neg D) \subset \neg B$, $E \supset C$ und $\neg D \supset (E \vee C)$. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

a) Verwenden Sie das Deduktionstheorem um das Problem auf einen Gültigkeits- bzw. Unerfüllbarkeitsnachweis für eine einzige Formel zu reduzieren.

b) Verwenden Sie (eine möglichst günstige) Transformation in KNF um eine entsprechende Klauselmenge zu erzeugen.

c) Finden Sie eine entsprechende Resolutionswiderlegung.

Lösung

a) Aus dem Deduktionstheorem folgt, dass

$$A \supset (B \downarrow C),\ (C \not\subset \neg D) \subset \neg B,\ E \supset C,\ \neg D \supset (E \vee C) \models \neg A$$

genau dann der Fall ist, wenn folgende Formel gültig ist:

$$F = \big((A \supset (B \downarrow C)) \wedge ((C \not\subset \neg D) \subset \neg B) \wedge (E \supset C) \wedge (\neg D \supset (E \vee C))\big) \supset \neg A$$

Da Resolution ein indirektes Beweisverfahren ist, weisen wir die Unerfüllbarkeit von

$$\begin{aligned}
\neg F &= \neg\big(\big((A \supset (B \downarrow C)) \wedge ((C \not\subset \neg D) \subset \neg B) \wedge (E \supset C) \wedge (\neg D \supset (E \vee C))\big) \supset \neg A\big) \\
&= \neg\big(\neg\big((A \supset (B \downarrow C)) \wedge ((C \not\subset \neg D) \subset \neg B) \wedge (E \supset C) \wedge (\neg D \supset (E \vee C))\big) \vee \neg A\big) \\
&= \neg\neg\big((A \supset (B \downarrow C)) \wedge ((C \not\subset \neg D) \subset \neg B) \wedge (E \supset C) \wedge (\neg D \vee (E \vee C))\big) \wedge \neg\neg A \\
&= (A \supset (B \downarrow C)) \wedge ((C \not\subset \neg D) \subset \neg B) \wedge (E \supset C) \wedge (\neg D \supset (E \vee C)) \wedge A
\end{aligned}$$

nach.

b) Wegen der Form von $\neg F$ kann man die einzelnen Formeln dieser Konjunktion separat in KNF transformieren:

- $\mathrm{KNF}(A \supset (B \downarrow C)) = \mathrm{KNF}(\neg A \vee (\neg B \wedge \neg C)) = (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee \neg C))$

– KNF$((C \not\subset \neg D) \subset \neg B)$ = KNF$((\neg C \wedge \neg D) \vee \neg\neg B)$= KNF$((\neg C \wedge \neg D) \vee B)$ $= (\neg C \vee B) \wedge (\neg D \vee B)$
– KNF$(E \supset C) = \neg E \vee C$
– KNF$(\neg D \supset (E \vee C))$ = KNF$(\neg\neg D \vee (E \vee C)))$ = $D \vee E \vee C$
– KNF$(A) = A$

Wir erhalten daher folgende Klausenmenge:

$$\mathcal{K} = \{\{\neg A, \neg B\},\ \{\neg A, \neg C\},\ \{B, \neg C\},\ \{B, \neg D\},\ \{C, \neg E\},\ \{C, D, E\},\ \{A\}\}$$

c) Zum Nachweis der Unerfüllbarkeit von $\mathcal{K}$ (und damit der Richtigkeit der ursprünglichen Konsequenzbehauptung) dient, z.B., folgende Resolutionswiderlegung:

1.	$\{C, \neg E\}$	$\in \mathcal{K}$
2.	$\{C, D, E\}$	$\in \mathcal{K}$
3.	$\{C, D\}$	Resolvente von $1, 2$
4.	$\{\neg A, \neg C\}$	$\in \mathcal{K}$
5.	$\{\neg A, D\}$	Resolvente von $3, 4$
6.	$\{B, \neg D\}$	$\in \mathcal{K}$
7.	$\{\neg A, B\}$	Resolvente von $5, 6$
8.	$\{\neg A, \neg B\}$	$\in \mathcal{K}$
9.	$\{\neg A\}$	Resolvente von $7, 8$
10.	$\{A\}$	$\in \mathcal{K}$
11.	$\{\}$	Resolvente von $9, 10$

Aufgabe 8.5 Verwenden Sie Resolution um für folgende Klauselmengen jeweils zu testen, ob sie unerfüllbar sind:

a) $\mathcal{K} = \big\{\{A, B\},\ \{A, C, D\},\ \{B, C, \neg B\},\ \{B, C, \neg D\},\ \{A, \neg C, D\},\ \{B, \neg C, \neg D\},\ \{\neg A, B, C\}\big\}$

b) $\mathcal{K}' = \big\{\{\neg A, B, C\}, \{A, \neg B, \neg D\},\ \{B, \neg C\},\ \{A, B, D\},\ \{\neg A, \neg B\},\ \{A, \neg D\},\ \{\neg B\}\big\}$

Berücksichtigen Sie dabei, dass Tautologien und subsumierte Resolventen redundant sind.

Lösung

a) Wir bilden systematisch („Generationen-weise“) alle nicht-redundanten Resolventen:

Erste Generation:	1.	$\{A, B\}$	$\in \mathcal{K}$
	2.	$\{A, C, D\}$	$\in \mathcal{K}$
	3.	$\{B, C, \neg D\}$	$\in \mathcal{K}$
	4.	$\{A, \neg C, D\}$	$\in \mathcal{K}$
	5.	$\{B, \neg C, \neg D\}$	$\in \mathcal{K}$
	6.	$\{\neg A, B, C\}$	$\in \mathcal{K}$

Die Klausel $\{B, C, \neg B\} \in \mathcal{K}$ ist eine Tautologie und wurde daher entfernt.

Die neuen *nicht-tautologischen* Klauseln der „zweite Generation“, d.h. diejenigen die aus (nicht-tautologischen) Elternklauseln $\in \mathcal{K}$ abgeleitet werden können, sind:

7.	$\{B, C\}$	Resolvente von 1 und 6
8.	$\{A, B, C\}$	Resolvente von 2 und 3 (oder 3 und 6)
9.	$\{A, D\}$	Resolvente von 2 und 4
10.	$\{B, C, D\}$	Resolvente von 2 und 6
11.	$\{B, \neg D\}$	Resolvente von 3 und 5
12.	$\{A, B, \neg C\}$	Resolvente von 4 und 5
13.	$\{\neg A, B, \neg D\}$	Resolvente von 5 und 6

Folgende Klauseln werden von anderen Klauseln subsumiert:
2 von 9, 3 von 7, 4 von 9, 5 von 11, 6 von 7, 8 von 1 (und von 7), 10 von 7, 12 von 1, 13 von 11.

Nach Elimination dieser redundanten Klauseln verbleiben folgende Klauseln.

Erste und zweite Generation:	1.	$\{A, B\}$
	7.	$\{B, C\}$
	9.	$\{A, D\}$
	11.	$\{B, \neg D\}$

Es lässt sich nun (in der „dritten Generation") keine Resolvente mehr bilden. (Die Resolvente $\{A, B\}$ von 9 und 11 ist bereits als Klausel 1 vorhanden.) Die leere Klausel ist also nicht aus $\mathcal{K}$ ableitbar. Wegen der Widerlegungsvollständigkeit des Resolutionskalküls ist $\mathcal{K}$ damit als *erfüllbar* nachgewiesen.

b) Zum Nachweis der Unerfüllbarkeit von $\mathcal{K}'$ dient, z.B., folgende Resolutionswiderlegung:

1.	$\{B, \neg C\}$	$\in \mathcal{K}'$
2.	$\{\neg B\}$	$\in \mathcal{K}'$
3.	$\{\neg C\}$	Resolvente von $1, 2$
4.	$\{\neg A, B, C\}$	$\in \mathcal{K}'$
5.	$\{\neg A, B\}$	Resolvente von $3, 4$
6.	$\{\neg A, \neg B\}$	$\in \mathcal{K}'$
7.	$\{\neg A\}$	Resolvente von $5, 6$
8.	$\{A, \neg D\}$	$\in \mathcal{K}'$
9.	$\{\neg D\}$	Resolvente von $7, 8$
10.	$\{A, B, D\}$	$\in \mathcal{K}'$
11.	$\{A, B\}$	Resolvente von $9, 10$
12.	$\{A\}$	Resolvente von $2, 11$
13.	$\{\}$	Resolvente von $7, 12$

Die Ableitung der leeren Klausel aus $\mathcal{K}'$ beweist, dass $\mathcal{K}'$ *unerfüllbar* ist.