1. Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Weiters sei f die reelle Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = x^t A x + b^t x\,.$$

(a) Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von $f(x)$!

(b) In welchen/m Punkt/en $x \in \mathbb{R}^2$ ist $f(x)$ stationär?

(c) Berechnen Sie die Richtungsableitung im Punkt $(1,1)$ in Richtung $(-4,3)$!

(d) In welche Richtung ist die Ableitung im Punkt $(1,1)$ maximal?

2. Sei $f(x, y)$ die Funktion

$$f(x, y) = e^{x-y} .$$

(a) Berechnen Sie die Tangentialabbildung von $f(x, y)$ im Punkt $(4, 4)$!

(b) Wie sieht die implizite Form der Tangentialebene im Punkt $(4, 4)$ aus?

(c) Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades für die Funktion $f(x, y)$ im Punkt $(-1, 1)$!

(d) In welche Richtung ist der Anstieg der Funktion $f(x, y)$ im Punkt $(-2, -1)$ maximal?

3. (a) Man berechne das Integral der Funktion $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ über den Bereich $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \colon x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$.

(b) Man berechne das Volumen des folgenden Bereiches $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \colon x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0; x_1 + x_2 + x_3 \leq 1\}$.

4. Gegeben seien die Funktionen: $f(x,y) = x + y^2$ und $g(x,y) = 2x^2 + y^2 - 1$

(a) Zeichnen Sie eine Skizze der Niveaulinien von f.

(b) Man bestimme das Minimum der Funktion f unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$.

(c) Für die Funktion g sind ausgehend vom Startpunkt $(1,1)$ zumindest 2 Iterationen zur Minimierung der Funktion mit Hilfe der Methode des steilsten Abstiegs zu berechnen.