

Mathematik 2 für InformatikerInnen

Cenker/Uchida

1. Juli 2003

1. Gegeben ist folgende Funktion

$$f(x, y) = y^4 - 4x^2 - 2y^2$$

- (a) Berechnen Sie alle stationären Punkte!
- (b) Handelt es sich um Maxima, Minima oder Sattelpunkte? Warum?
- (c) Berechnen Sie die Richtungsableitung im Punkt (1,2) in Richtung (2,1)!
- (d) In welche Richtung ist der Wert der Richtungsableitung im Punkt (1,2) maximal?

2. Gegeben ist die Funktion

$$g(x, y) = \begin{pmatrix} (x+y)(x-y) \\ 2xy \end{pmatrix}$$

- (a) In welchen Punkten des \mathbb{R}^2 ist diese Funktion lokal invertierbar?
- (b) Wie sieht die Ableitung der zu $g(x, y)$ inversen Funktion g^{-1} im Punkt (2,2) aus? Existiert diese überhaupt?

3. (a) Muss die Lösung einer Differentialgleichung immer eine Exponentialfunktion sein?
(b) Welche der folgenden Aussagen gilt?

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' + y' - 2y = 0$ ist

- ☐ $C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$
- ☐ $C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$
- ☐ $C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$
- ☐ $C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$
- ☐ $C_1 e^{2x} + C_2 e^x$

Richtiges ankreuzen!

- (c) In einem Dorf mit 620 Einwohnern bricht eine Grippeepidemie aus. Zu Beginn sind 20 Bewohner betroffen, nach 10 Tagen sind es 120. Wenn wir beschränktes exponentielles Wachstum annehmen (Schranke 620), mit wievielen Erkrankungen können wir nach 15 Tagen rechnen?

☐ 208 ☐ 243 ☐ 180 ☐ 279 ☐ 310

4. Gegeben sei eine Produktionsfunktion $f(x, y) = 12\sqrt{xy}$ und dazu eine Budgetbeschränkung $3x + 2y = 60$.

Für welche Werte x und y ergibt sich ein Produktionsmaximum?

Was ist der maximale Produktionswert?

Verwenden Sie zur Berechnung die Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren!