

Mathematik 1 für InformatikerInnen

Gutjahr / Cenker

21. Jänner 2005

1. (a) Geben Sie eine homogene lineare Differenzengleichung an, die $y_t = \sin(\pi t/2)$ als eine spezielle Lösung hat.
(b) Wie lautet die allgemeine Lösung der Differenzengleichung von (a)?
(c) Wie lautet jene spezielle Lösung von (b), für die $y_0 = y_1 = 5$?
(d) Drücken Sie die Lösung von (c) ohne Verwendung einer Winkelfunktion aus.
(Anleitung: Lösen Sie zuerst (b) durch Vergleich mit der Lösungsformel. Zu (a): Rückrechnen von Polarkoordinaten auf kartesische Koordinaten. (c) ist leicht. Zu (d): Wie sehen y_2 und y_3 aus? Benützen Sie z.B. Fallunterscheidung und "modulo".)
2. Vervollständigen Sie folgende Verknüpfungstabelle, sodass sie in Zeile i und Spalte j das Element $\pi_i \circ \pi_j$ enthält, wobei $\{\pi_1, \dots, \pi_4\}$ eine Teilmenge von S_4 ist. Die Permutationen sind in funktionaler Schreibweise dargestellt. (Hinweis: Wie muss das fehlende Element π aussehen?)

\circ	4312	2143	3421
1234			
4312	4312		
2143	2143		
3421	3421		

3. Gegeben ist folgende lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$f(x) = Ax \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie das Viereck $[A'B'C'D']$, das bei der Transformation mittels $f(x)$ aus dem Quadrate $[ABCD]$ mit $A = (0|0)$, $B = (1|0)$, $C = (1|1)$ und $D = (0|1)$ entsteht und skizzieren Sie dieses!
- (b) In welche Richtung ist die Dehnung durch diese Abbildung im Allgemeinen (nicht bei der Transformation des Quadrats) maximal?
- (c) Wie groß ist diese Dehnung und warum ist sie so groß?
- (d) Wie groß ist die Fläche des Vierecks, das aus dem durch $f(x)$ transformierten Quadrat entstanden ist?

4. Gegeben sind die vier Vektoren

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad a_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

und die aus diesen gebildete Matrix $A = (a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4)$.

Lesen Sie die Aufgabenstellung zuerst durch und beginnen Sie dann in einer geeigneten Reihenfolge.

- (a) Berechnen Sie die Determinante der zu A inversen Matrix, falls dies möglich ist!
- (b) Berechnen Sie die Determinante der Matrix A nur mit Hilfe des Entwicklungssatzes!
- (c) Sei mittels A das Gleichungssystem $Ax = b$ gegeben. Welche Eigenschaften hat dieses Gleichungssystem?
- (d) Ist 2 eine Eigenwert der Matrix? – Stichhaltige Begründung!
- (e) Welche Eigenschaften lassen sich für die durch die Matrix A gegebene lineare Abbildung $f(x) = Ax$ ableiten?