

Mathematik 1 für Informatiker (Prof. Kaiser)
Prüfung vom 4. Oktober 2002

Praktischer Teil (60 Min.)

- 1) Man bestimme mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren alle Lösungen $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5$ des linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 &= 0 \\2x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 - x_5 &= 3 \\-x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 &= 5 \\3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 0\end{aligned}$$

(4 Punkte)

- 2) Man bestimme alle Untergruppen der S_3 und zeige, dass die Menge aller Untergruppen der S_3 bezüglich der mengentheoretischen Inklusion eine Halbordnung bildet. Wie sieht das Hassediagramm aus?

(4 Punkte)

- 3) Man berechne $\int x \cdot e^x \cdot \sin(x) \cdot dx$

(4 Punkte)

Theoretischer Teil (45 Min.)

- 1) Erklären Sie den Begriff Faktorgruppe. Formulieren Sie den Homomorphiesatz für Gruppen. Wie ist der Begriff „Direktes Produkt zweier Halbgruppen $\langle H, \cdot \rangle, \langle K, * \rangle$ “ definiert? Was versteht man unter einem einfachen Ring?

(4 Punkte)

- 2) Was versteht man unter einer konvergenten unendlichen Reihe? Wie kann man das Konvergenzverhalten von Reihen testen? Welche Rechenregeln für konvergente Reihen kennen Sie? Formulieren Sie den Satz von Leibnitz über alternierende Reihen.

(4 Punkte)

- 3) Was versteht man unter der Determinante einer (n, n) – Matrix $A = (a_{ij})$? Beschreiben Sie die Berechnung von $\det A$ mit dem Entwicklungssatz von Laplace. Formulieren Sie die Merkregel von Sarrus. Wie lautet der Multiplikationssatz für Determinanten?

(4 Punkte)

- 4) Formulieren Sie den Austauschsatz von Steinitz. Was versteht man unter der Basis eines Vektorraumes?

(2 Punkte)