

Einführung in die technische Informatik

Christopher Kruegel chris@auto.tuwien.ac.at

<http://www.auto.tuwien.ac.at/~chris>

Administratives

- 3 Vorträge zur Übung
 - Boolesche Funktionen
 - VHDL (Hardware Description Languages)
 - Schaltwerke (Moore / Mealy)
- Termine
 - Jeweils Dienstags, am 20.04.04, 27.04.04 und 04.05.04
 - 14¹⁵ - 15⁴⁵ Uhr, AudiMax
- Folien
 - verfügbar im Web, unter <http://www.auto.tuwien.ac.at/~chris>

Allgemeines

Automation Systems Group

- Was kommt zum Test?
 - Buch „Einführung in die technische Informatik“
Kapitel 1 bis *inklusive* Kapitel 4.3 (Mealy Schaltwerk)
 - Vorlesung und Material auf Homepage
 - Wissensfragen und Rechenbeispiele (Verhältnis: 60% - 40%)
- Wissensfragen
 - detailliert (!)
 - stichwortartig zu beantworten
 - Akronyme (z.B., ASIC, BCD)
 - Aufzählungen (z.B., Schaltkreisfamilien)
 - Schaltungen verstehen (!)

Einführung in die technische Informatik

3

Wissensfragen

Automation Systems Group

- Was versteht man unter Fan-Out?
 - maximal Anzahl von Gattereingängen, die an einen Ausgang angeschlossen werden dürfen
- Was ist BCD? Kodieren Sie $(265)_{10}$ in BCD.
 - BCD = Binary Coded Decimal
 - 265 --> 0010 0110 0101
- Prüfungsordner und alte Tests ansehen

Einführung in die technische Informatik

4

Rechenbeispiele

Automation Systems Group

- Transformation
 - Ändern von vorgegebenen Schaltungen
- Schaltungen
 - Boolesche Funktionen
 - Wahrheitstabellen
 - Minimierung
 - Gatter / PLA

Transformation

Automation Systems Group

- Schaltung nur aus bestimmten Gattern aufbauen
 - z.B., nur NAND
 - z.B., nur NOR
 - alles kann aus diesen Gattern aufgebaut werden

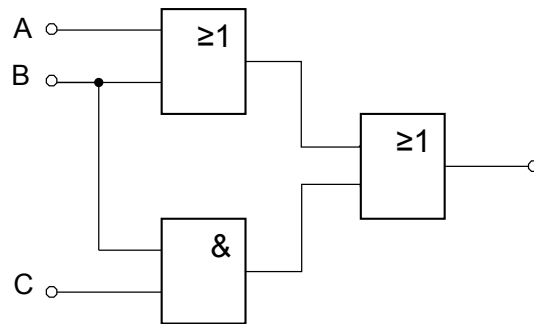
- De Morgan'sche Regeln

$$A \wedge B = \neg(\neg A \vee \neg B)$$

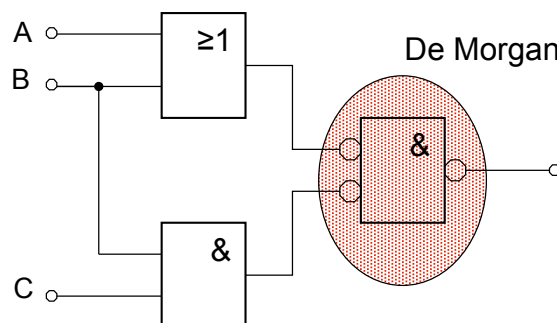
$$A \vee B = \neg(\neg A \wedge \neg B)$$

Beispiel - Transformation

Die folgende Schaltung soll nur aus NAND Gattern aufgebaut werden

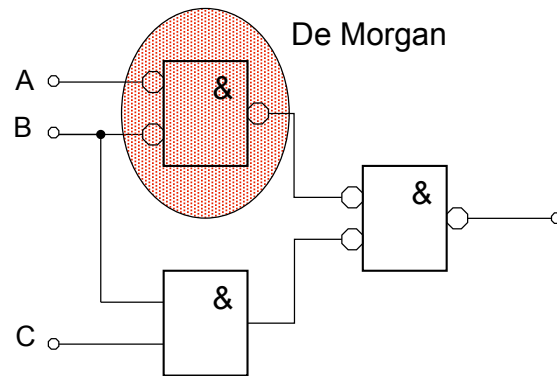


Beispiel - Transformation



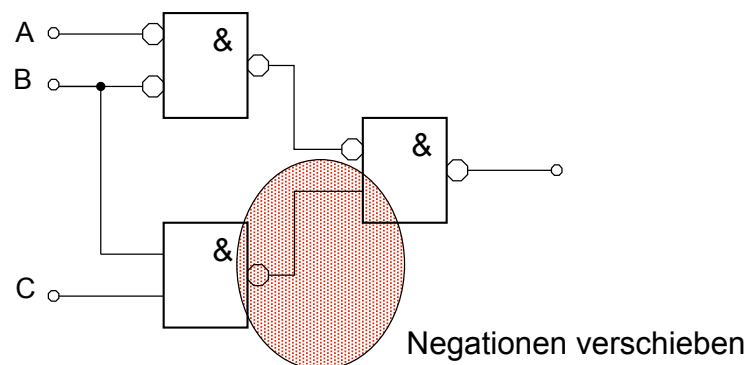
Beispiel - Transformation

Automation Systems Group



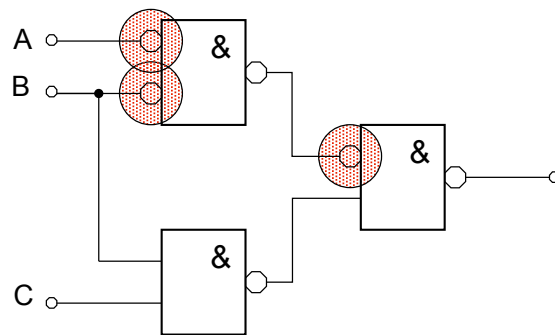
Beispiel - Transformation

Automation Systems Group

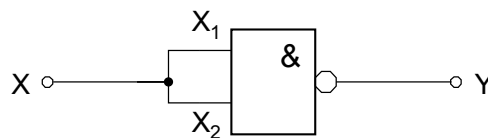


Beispiel - Transformation

Alle drei Gatter sind NAND Gatter,
aber Negationen bei den Eingängen müssen noch ersetzt werden

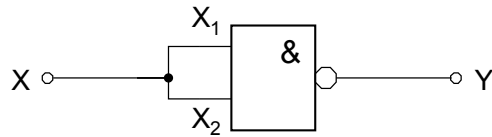


Beispiel - Transformation



X	X ₁	X ₂	X ₁ and X ₂	Y
0	0	0	0	1
1	1	1	1	0

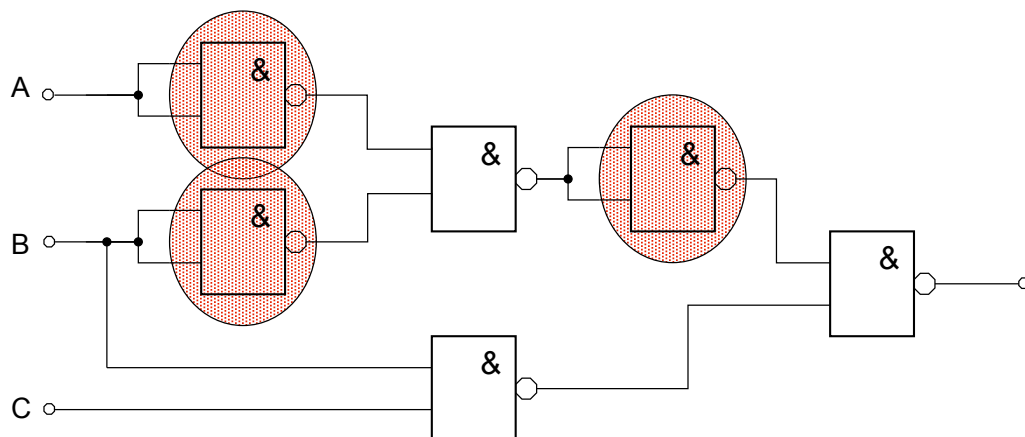
Beispiel - Transformation



X	X_1	X_2	$X_1 \text{ and } X_2$	Y
0	0	0	0	1
1	1	1	1	0

 $\rightarrow Y = \neg X$

Beispiel - Transformation



Rechenbeispiele

- Transformation
 - Ändern von vorgegebenen Schaltungen
- Schaltungen
 - Boolsche Funktionen
 - Wahrheitstabellen
 - Minimierung
 - Gatter / PLA

Boolsche Funktionen

- Boolsche Funktion
$$f(b_1, b_2, \dots, b_n) \rightarrow \{true, false\}$$
- Wahrheitstabelle
 - 2^n Einträge, einen für jede mögliche Belegung

b_1	b_2	...	b_n	$f(\dots)$
0	0	0	0	0/1
0	0	0	1	0/1
..
1	1	1	1	0/1

Beispiel - Wahrheitstabelle

Automation Systems Group

Funktion

$$(A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C \wedge D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge C \wedge \neg D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee$$

$$(C \wedge D)$$

Beispiel - Wahrheitstabelle

Automation Systems Group

Funktion

$$(A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C \wedge D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge C \wedge \neg D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee$$

$$(C \wedge D)$$

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

Beispiel - Wahrheitstabelle

Automation Systems Group

Funktion

$$\begin{aligned} & (A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee \\ & (A \wedge B \wedge \neg C \wedge D) \vee \\ & (A \wedge B \wedge C \wedge \neg D) \vee \\ & (A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee \\ & (C \wedge D) \end{aligned}$$

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	1

Beispiel - Wahrheitstabelle

Automation Systems Group

Funktion

$$\begin{aligned} & (A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee \\ & (A \wedge B \wedge \neg C \wedge D) \vee \\ & (A \wedge B \wedge C \wedge \neg D) \vee \\ & (A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee \\ & (C \wedge D) \end{aligned}$$

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	1
1	1	1	0	
1	1	1	1	1

Beispiel - Wahrheitstabelle

Automation Systems Group

Funktion

$$(A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C \wedge D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge C \wedge \neg D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee$$

$$(C \wedge D)$$

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Beispiel - Wahrheitstabelle

Automation Systems Group

Funktion

$$(A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C \wedge D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge C \wedge \neg D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee$$

$$(C \wedge D)$$

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	1
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	1
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Beispiel - Wahrheitstabelle

Automation Systems Group

Funktion

$$(A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C \wedge D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge C \wedge \neg D) \vee$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee$$

$$(C \wedge D)$$

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Einführung in die technische Informatik

23

Minimierung

Automation Systems Group

- Boolesche Funktionen
 - unterschiedliche, aber gleichwertige Darstellungen möglich
 - disjunktive Normalform, konjunktive Normalform
 - Frage nach minimaler Form
- Minimale disjunktive Normalform
 - Verfahren nach Quine und McClusky
 - Verfahren nach Karnaugh und Veitch (KV-Diagramme)
- Vorteil
 - einfacher in Hardware zu realisieren

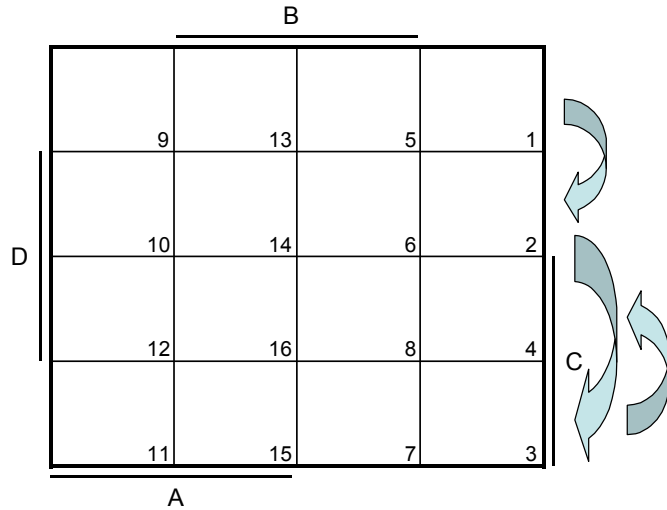
Einführung in die technische Informatik

24

Beispiel - Minimierung

Automation Systems Group

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



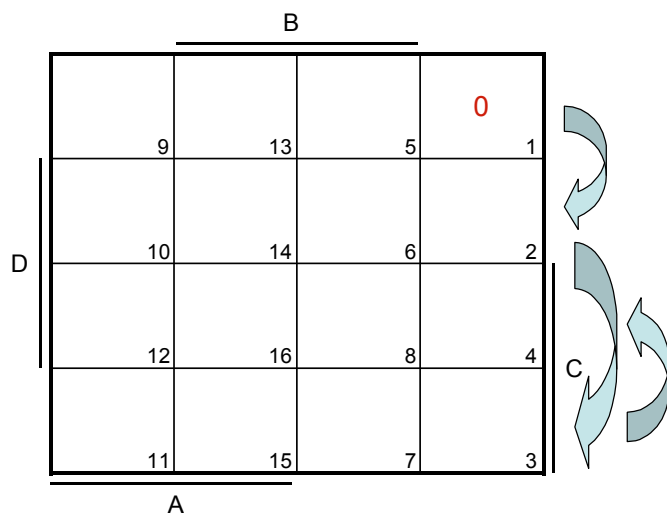
Einführung in die technische Informatik

25

Beispiel - Minimierung

Automation Systems Group

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



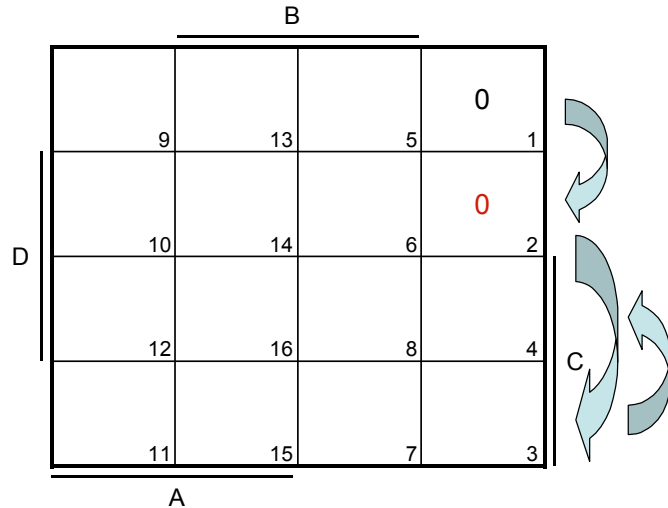
Einführung in die technische Informatik

26

Beispiel - Minimierung

Automation Systems Group

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



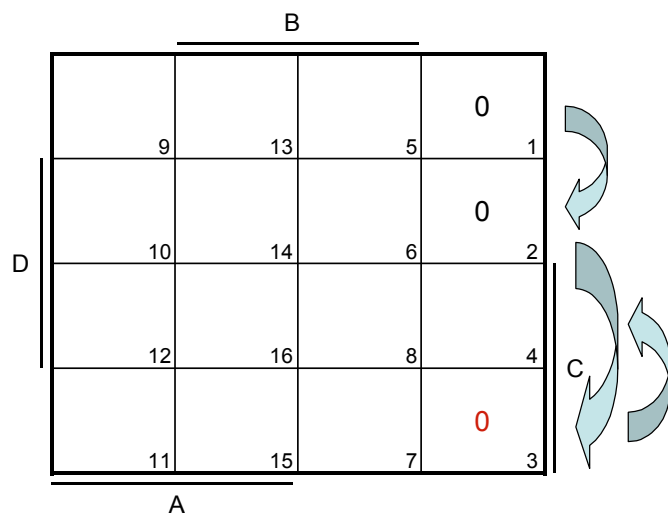
Einführung in die technische Informatik

27

Beispiel - Minimierung

Automation Systems Group

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



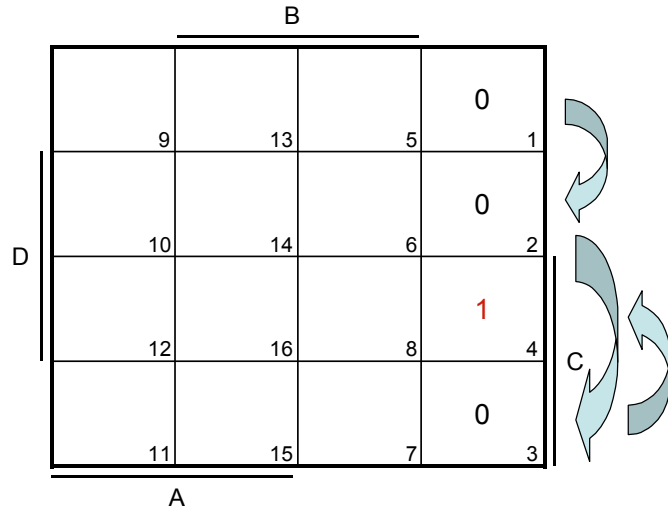
Einführung in die technische Informatik

28

Beispiel - Minimierung

Automation Systems Group

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



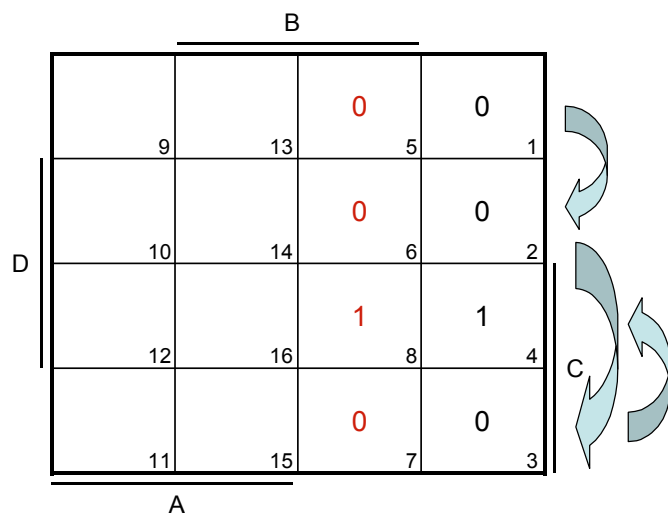
Einführung in die technische Informatik

29

Beispiel - Minimierung

Automation Systems Group

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



Einführung in die technische Informatik

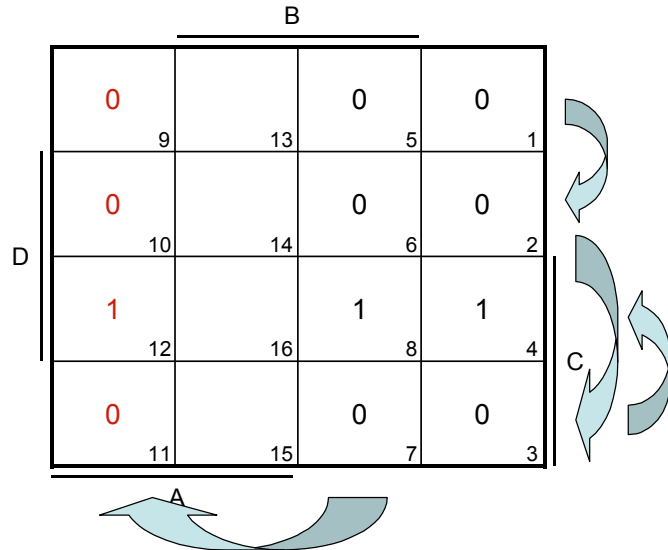
30

Beispiel - Minimierung

Automation Systems Group

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Einführung in die technische Informatik



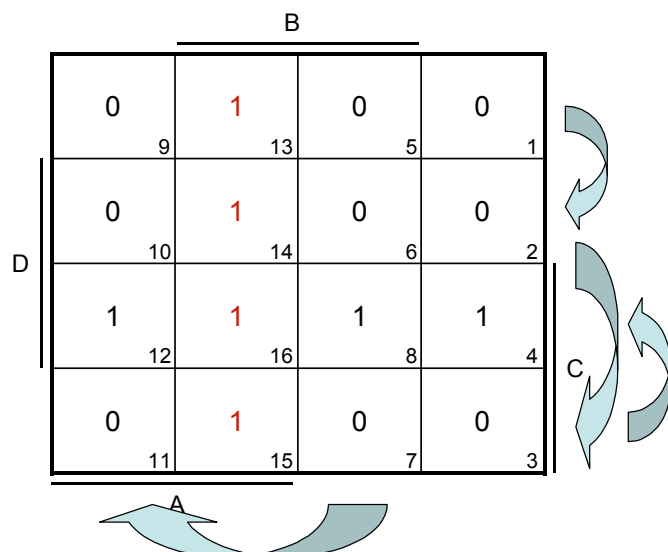
31

Beispiel - Minimierung

Automation Systems Group

A	B	C	D	f(..)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Einführung in die technische Informatik



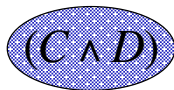
32

Beispiel - Minimierung

- Blöcke finden
 - größtmöglich
 - alle True-Werte abdecken
 - Randblöcke nicht übersehen
 - Überlappungen sind in Ordnung

	B			
	0	1	0	0
	9	13	5	1
	0	1	0	0
	10	14	6	2
D	1	1	1	1
	12	16	8	4
	0	1	0	0
	11	15	7	3
	A			
				C

Beispiel - Minimierung



	B			
	0	1	0	0
	9	13	5	1
	0	1	0	0
	10	14	6	2
D	1	1	1	1
	12	16	8	4
	0	1	0	0
	11	15	7	3
	A			
				C

Beispiel - Minimierung

Automation Systems Group

$$(C \wedge D) \vee (A \wedge B)$$

		B		
	0	1	0	0
	9	13	5	1
	0	1	0	0
	10	14	6	2
D	1	1	1	1
	12	16	8	4
	0	1	0	0
	11	15	7	3
	A			

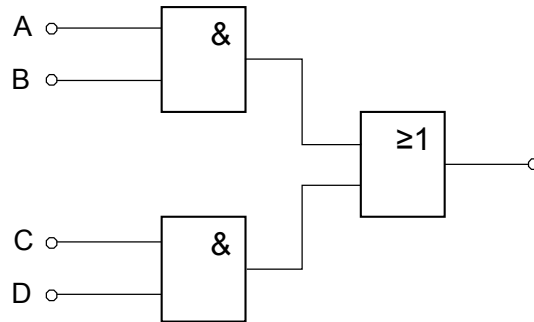
Schaltung

Automation Systems Group

- Implementieren der Funktion
- Einzelbauteile
 - AND, OR, INV Gatter
- PLA (Programmable Logic Array)
 - Setzen der entsprechenden Verbindungen

Schaltung - Beispiel

- Realisieren der Funktion $(C \wedge D) \vee (A \wedge B)$ mit einzelnen Bauteilen



Wahrheitstabellen

- Vollständige Beschreibung des Systems
- Erstellt aus Boolescher Funktion
- Erstellt aus textueller Beschreibung des Systems

Beispiel

Angabe

Eine Schaltung mit 4 Eingängen soll entworfen werden, die genau dann 1 (true) liefert, wenn der Wert der Eingänge (als Binärzahl interpretiert) kleiner als 7 ist.

Beispiel - Schaltung

- 4 Eingänge
 - 4 Variable
 - Zahlen von 0 - 15
 - Tabelle mit 2^4 Zeilen
- Funktion
 - 1, wenn Wert ≤ 6
 - 0, wenn Wert ≥ 7

B ₃	B ₂	B ₁	B ₀	f(..)
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- Funktion
 - 1, wenn Wert ≤ 6
 - 0, wenn Wert ≥ 7

B ₃	B ₂	B ₁	B ₀	Wert	f(..)
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	2	
0	0	1	1	3	
0	1	0	0	4	
0	1	0	1	5	
0	1	1	0	6	
0	1	1	1	7	
1	0	0	0	8	
1	0	0	1	9	
1	0	1	0	10	
1	0	1	1	11	
1	1	0	0	12	
1	1	0	1	13	
1	1	1	0	14	
1	1	1	1	15	

Einführung in die technische Informatik

41

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- Funktion
 - 1, wenn Wert ≤ 6

B ₃	B ₂	B ₁	B ₀	Wert	f(..)
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	1
0	1	0	0	4	1
0	1	0	1	5	1
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	
1	0	0	0	8	
1	0	0	1	9	
1	0	1	0	10	
1	0	1	1	11	
1	1	0	0	12	
1	1	0	1	13	
1	1	1	0	14	
1	1	1	1	15	

Einführung in die technische Informatik

42

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- Funktion
 - 0, wenn Wert ≥ 7

B ₃	B ₂	B ₁	B ₀	Wert	f(..)
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	1
0	1	0	0	4	1
0	1	0	1	5	1
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	0
1	0	0	0	8	0
1	0	0	1	9	0
1	0	1	0	10	0
1	0	1	1	11	0
1	1	0	0	12	0
1	1	0	1	13	0
1	1	1	0	14	0
1	1	1	1	15	0

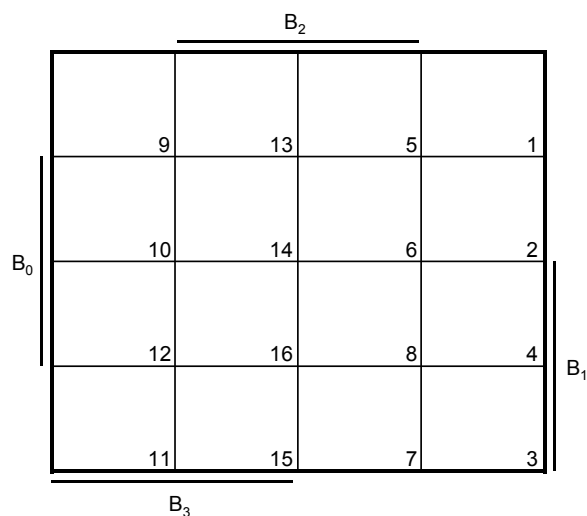
Einführung in die technische Informatik

43

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

B ₃	B ₂	B ₁	B ₀	f(..)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0



Einführung in die technische Informatik

44

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

B ₃	B ₂	B ₁	B ₀	f(..)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

B ₂			
		1	1
9	13	5	1
		1	1
10	14	6	2
			1
12	16	8	4
		1	1
11	15	7	3
B ₃			

Einführung in die technische Informatik

45

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

B ₃	B ₂	B ₁	B ₀	f(..)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

B ₂			
0	0	1	1
9	13	5	1
0	0	1	1
10	14	6	2
0	0	0	1
12	16	8	4
0	0	1	1
11	15	7	3
B ₃			

Einführung in die technische Informatik

46

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

$$(\neg B_3 \wedge \neg B_1)$$

		B_2			
B_0	0	0	1	1	
	9	13	5	1	
	0	0	1	1	
	10	14	6	2	
	0	0	0	1	
	12	16	8	4	B_1
	0	0	1	1	
	11	15	7	3	
		B_3			

Beispiel - Schaltung

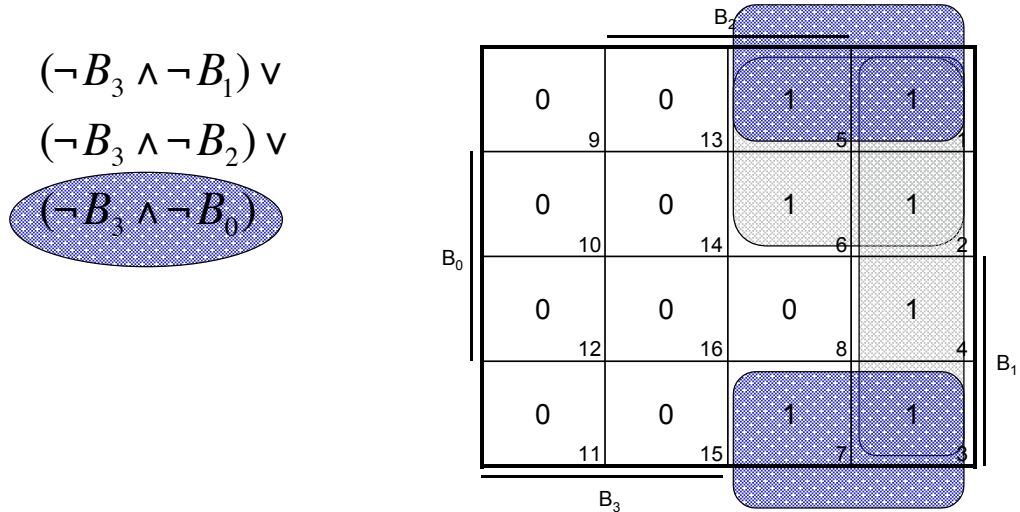
Automation Systems Group

$$(\neg B_3 \wedge \neg B_1) \vee (\neg B_3 \wedge \neg B_2)$$

		B_2			
B_0	0	0	1	1	
	9	13	5	1	
	0	0	1	1	
	10	14	6	2	
	0	0	0	1	
	12	16	8	4	B_1
	0	0	1	1	
	11	15	7	3	
		B_3			

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



Einführung in die technische Informatik

49

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

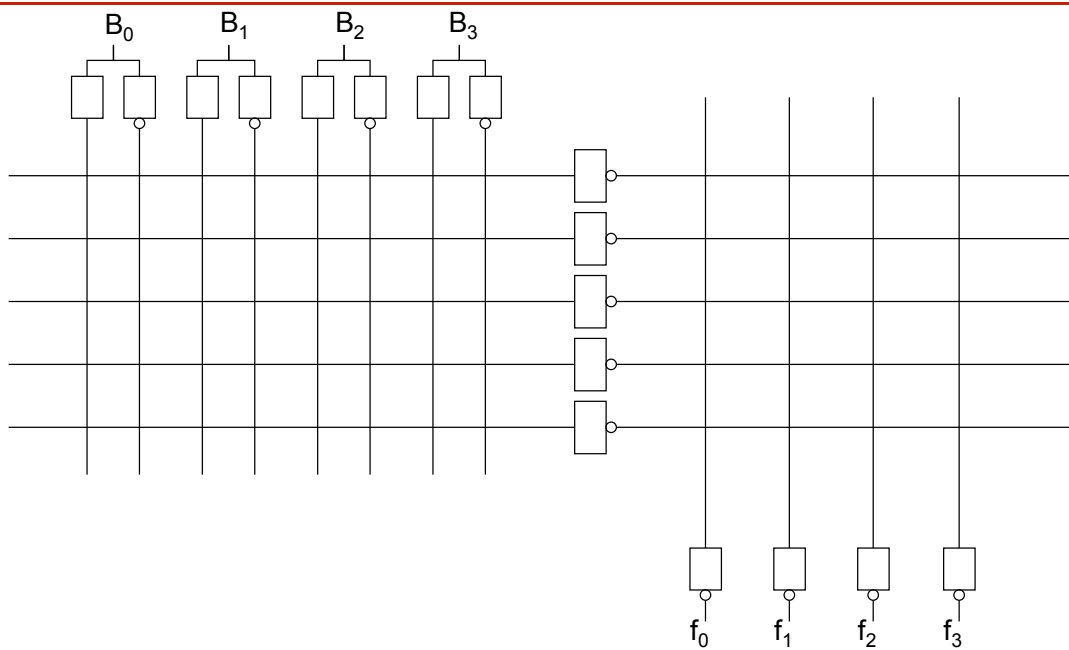
- Realisierung als PLA
 - jede Variable an einem Eingang
 - zu jeder Variable ist Negation verfügbar
 - AND Matrix und OR Matrix
 - ideal für disjunktive Normalform

Einführung in die technische Informatik

50

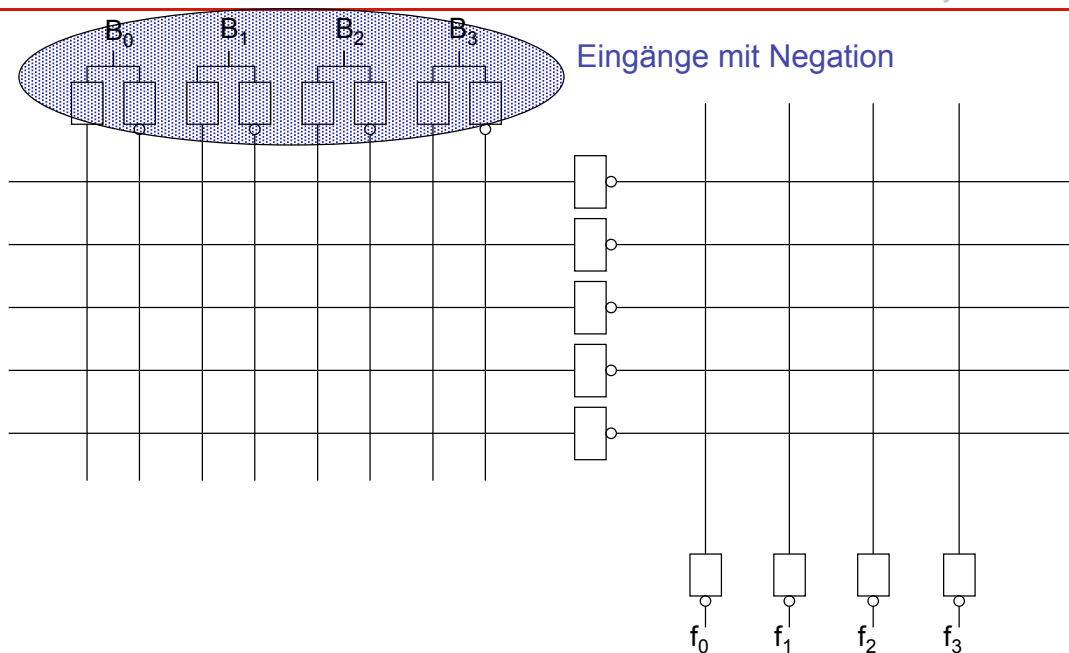
Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

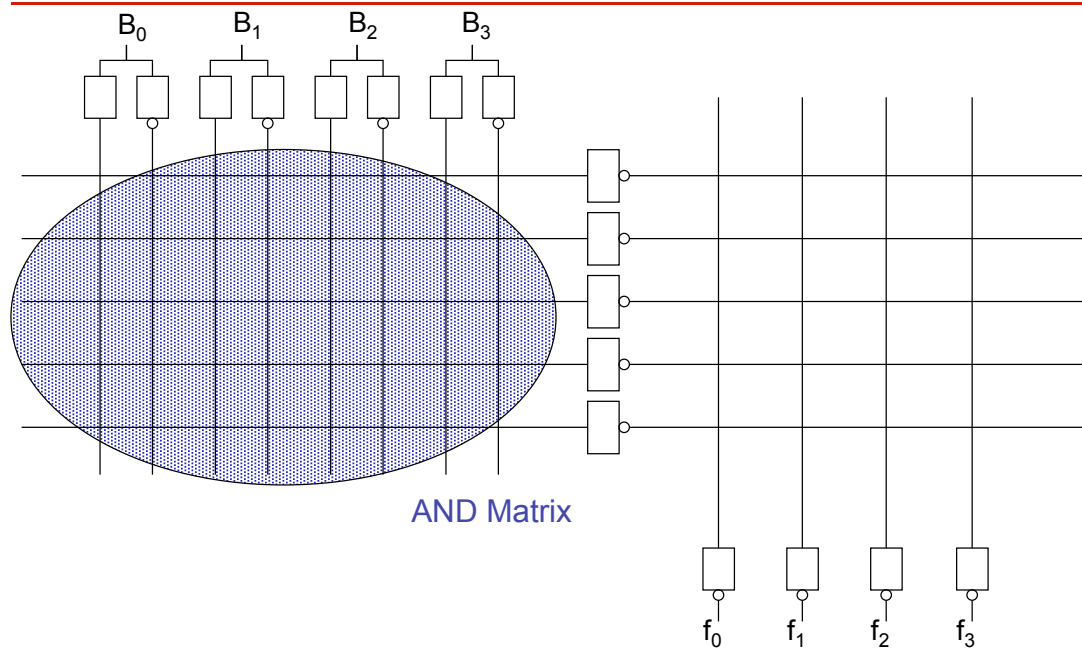


Beispiel - Schaltung

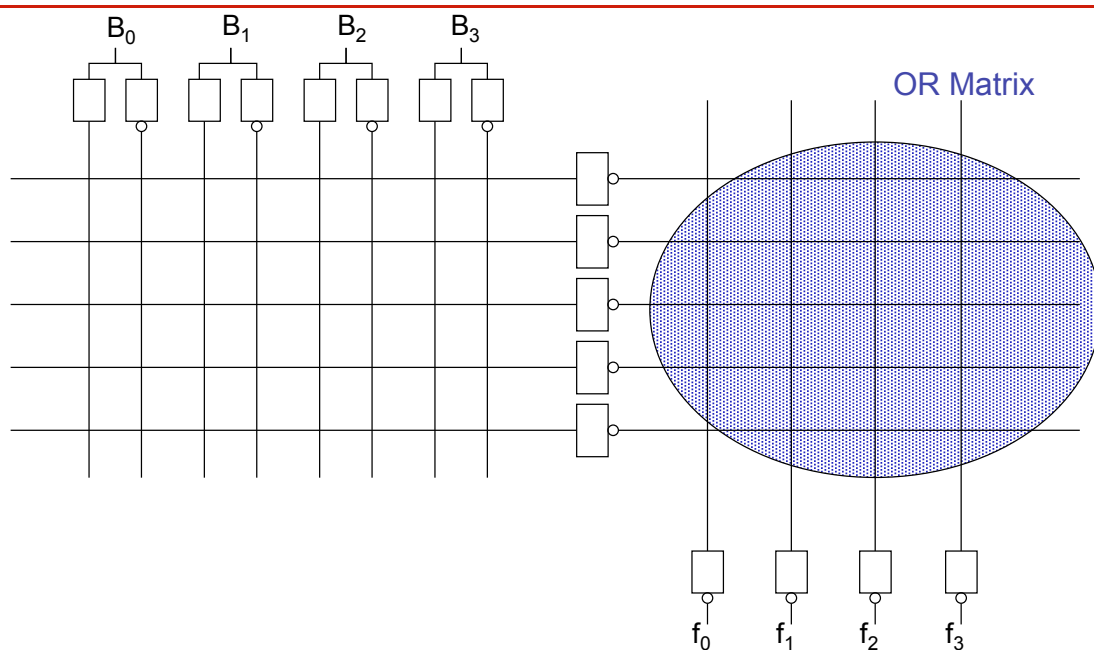
Automation Systems Group



Beispiel - Schaltung

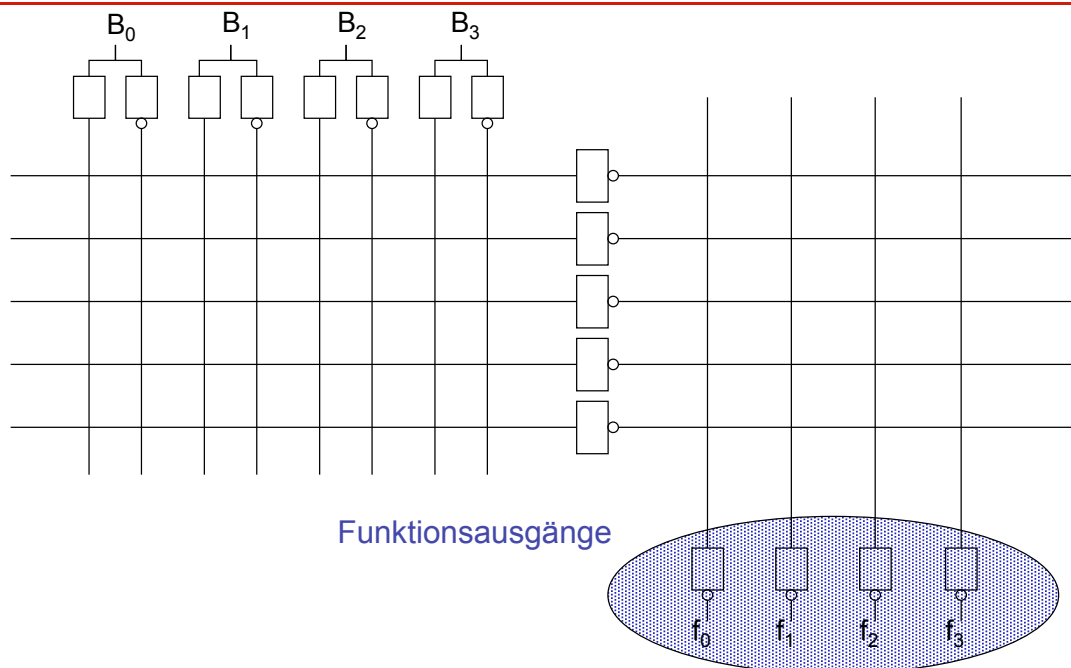


Beispiel - Schaltung



Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

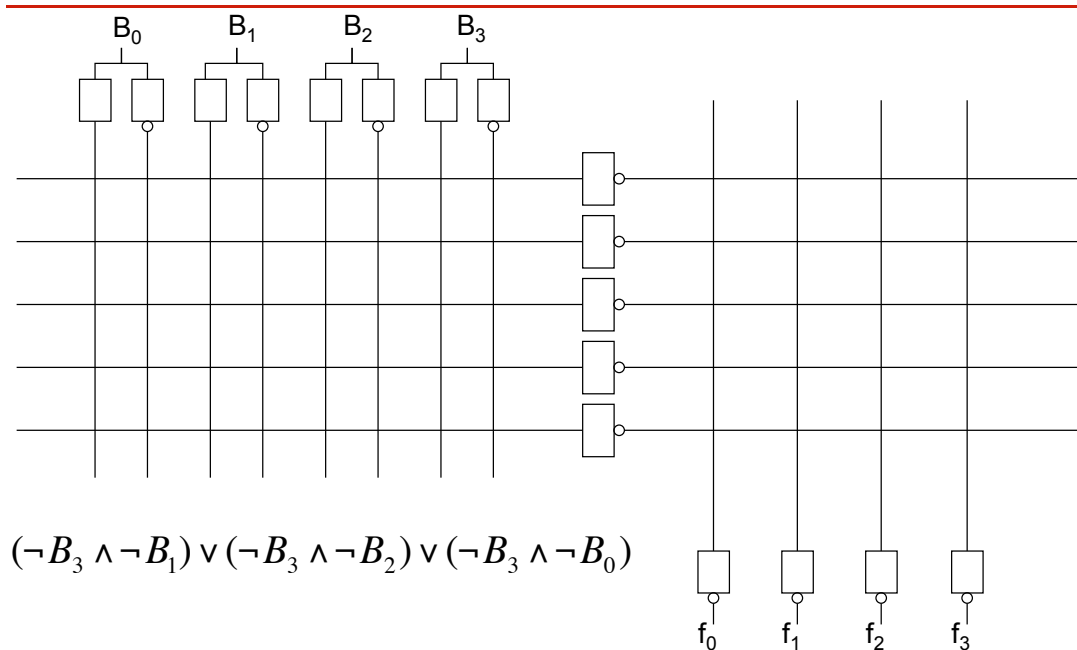


Einführung in die technische Informatik

55

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

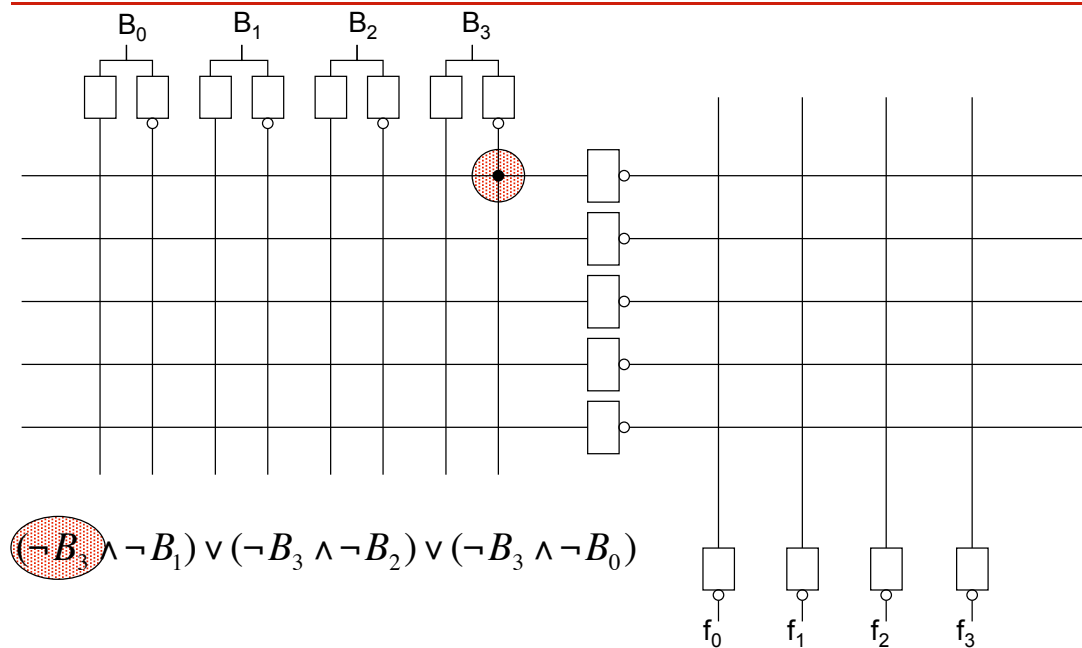


Einführung in die technische Informatik

56

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

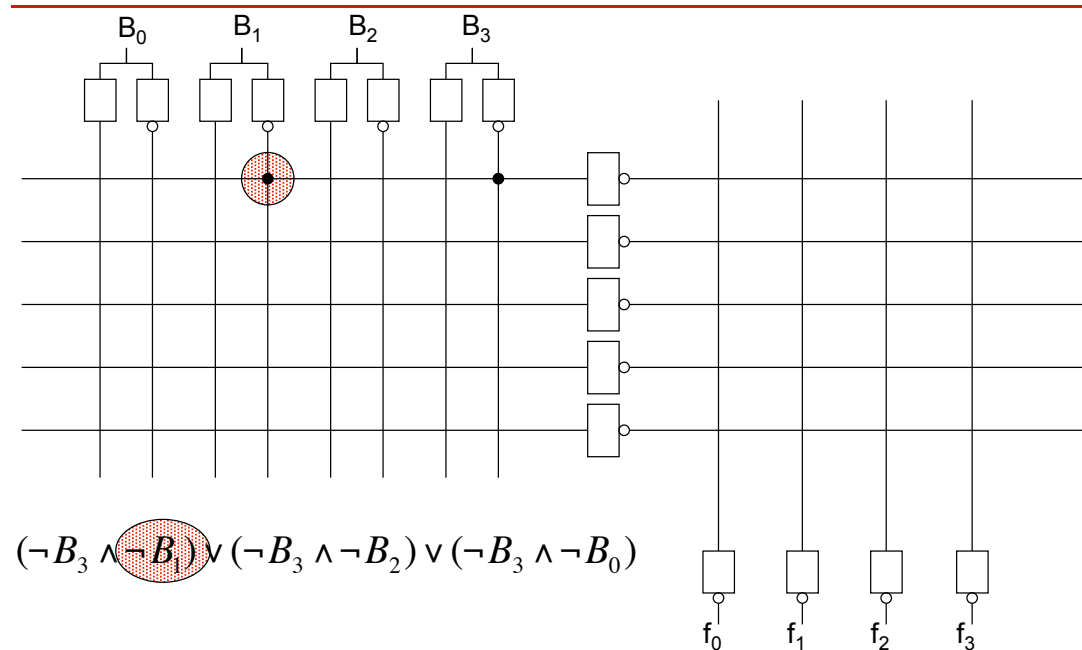


Einführung in die technische Informatik

57

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

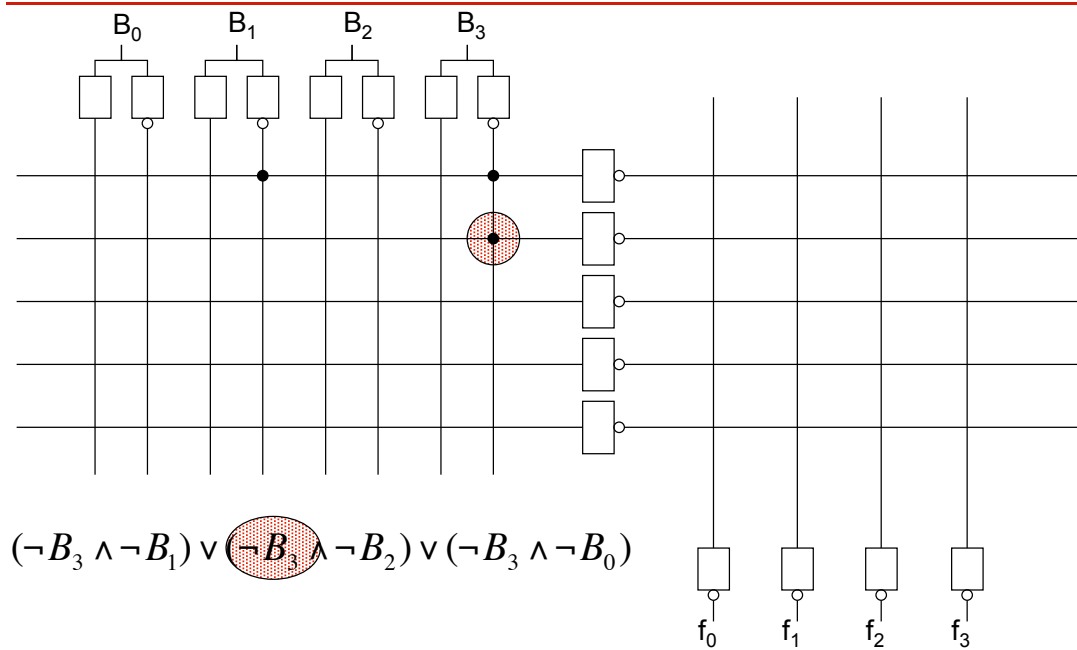


Einführung in die technische Informatik

58

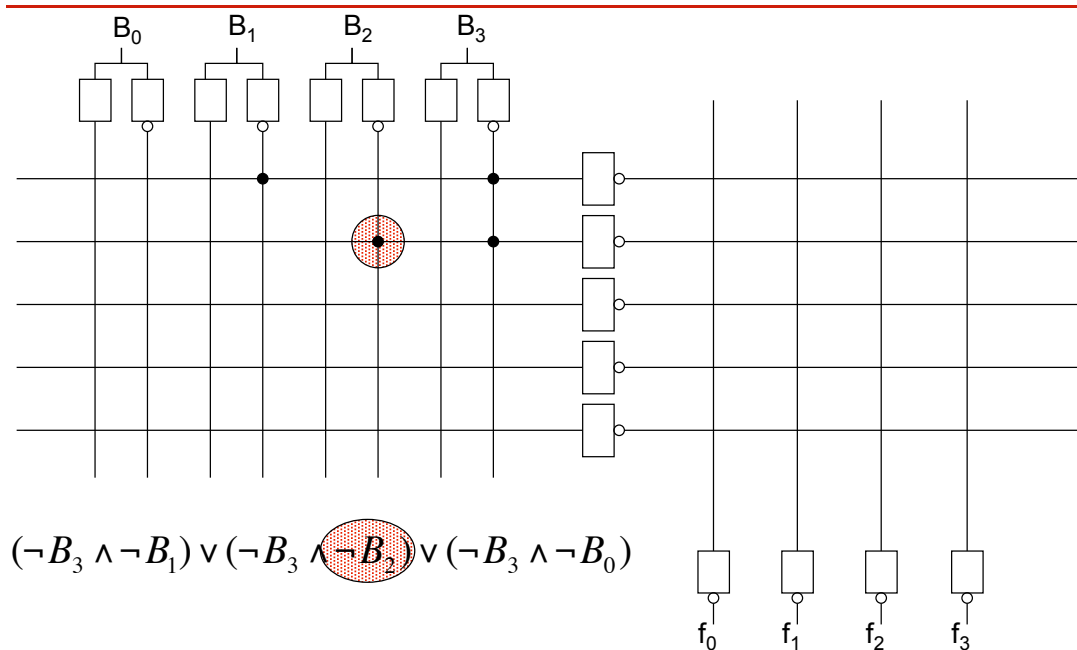
Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



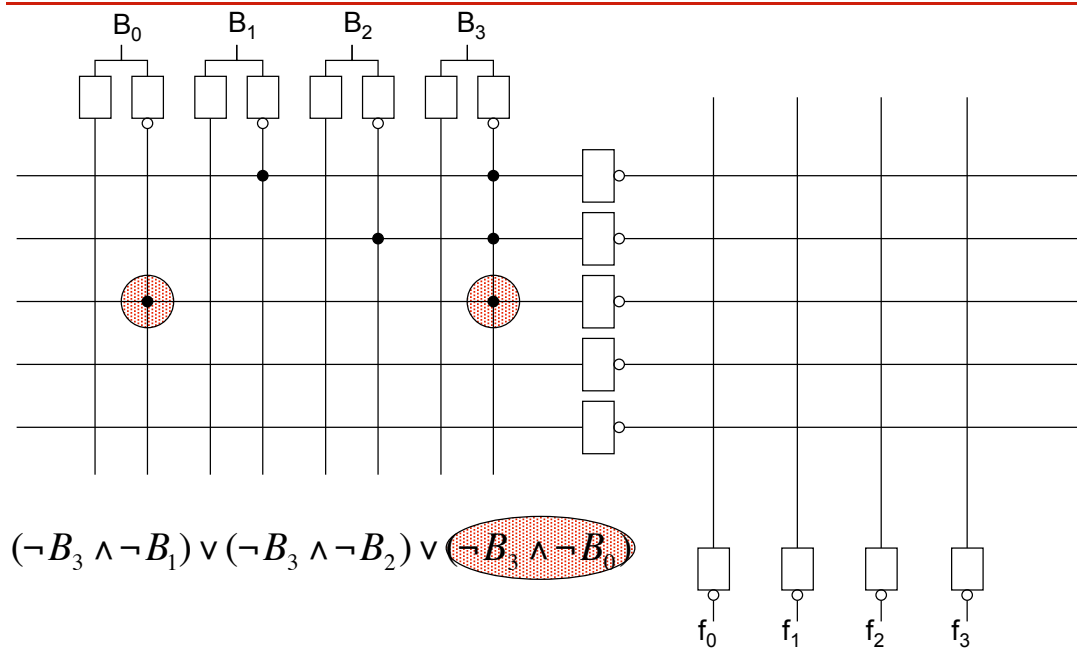
Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

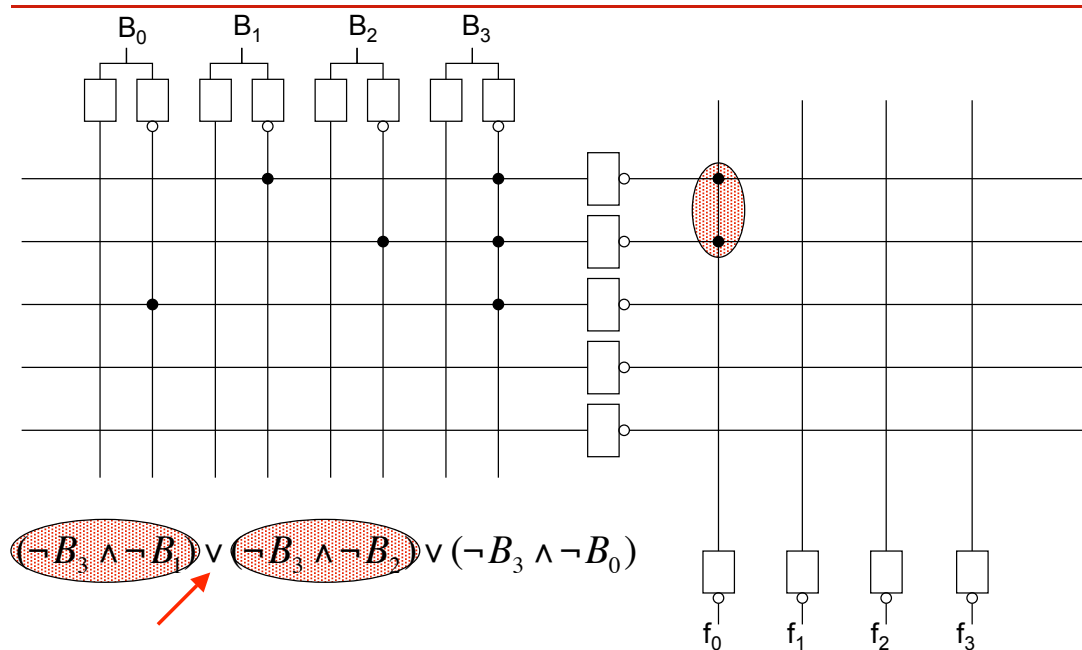


Einführung in die technische Informatik

61

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

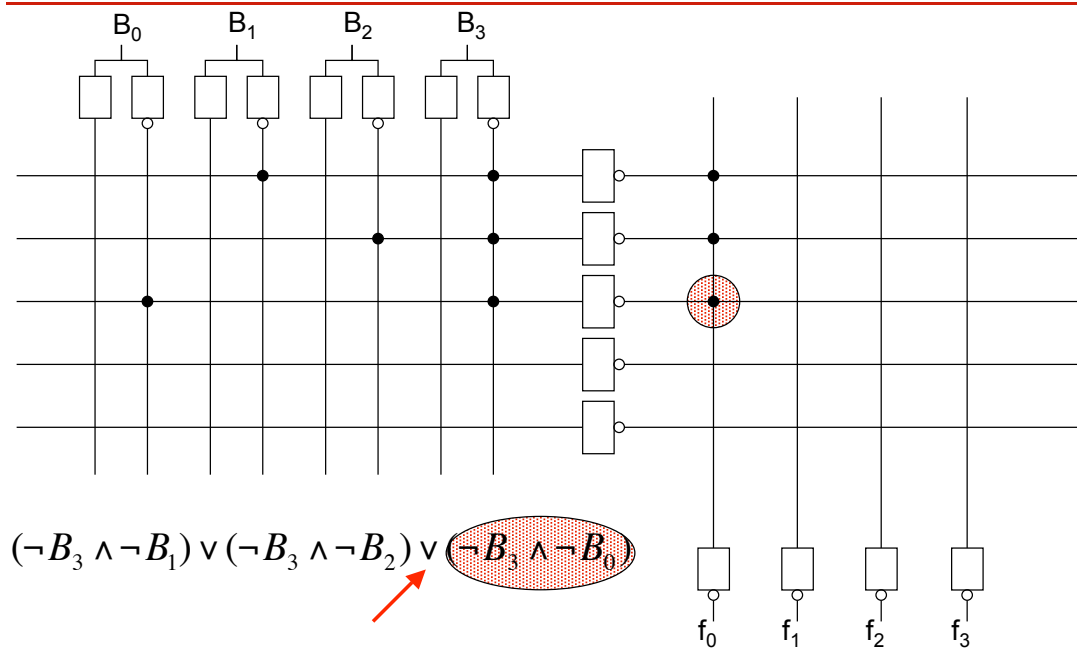


Einführung in die technische Informatik

62

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



Einführung in die technische Informatik

63

Komplexe Schaltungen

Automation Systems Group

- Für manche Anwendungen sind mehrere Ausgänge erforderlich
 - diese Ausgänge können unterschiedliche Werte liefern
 - sie realisieren unterschiedliche logische Funktionen

Einführung in die technische Informatik

64

Beispiel

Angabe

Eine Schaltung soll als PLA realisiert werden. Diese Schaltung soll zwei 2-bit Zahlen (X und Y) vergleichen und am Ausgang A_1 genau dann den Wert 1 liefern, wenn X kleiner als Y ist. Zusätzlich soll am Ausgang A_2 genau dann den Wert 1 ausgegeben werden, wenn X gleich 0 und Y ungleich 0 ist.

Beispiel - Schaltung

- 2 x 2-bit Zahlen
 - 4 Eingänge
 - Tabelle mit 2^4 Zeilen
- 2 Funktionen
 - $A_1 : X < Y$
 - $A_2 : X == 0 \ \&\& \ Y \neq 0$

X_1	X_0	Y_1	Y_0	A_1	A_2
0	0	0	0		
0	0	0	1		
0	0	1	0		
0	0	1	1		
0	1	0	0		
0	1	0	1		
0	1	1	0		
0	1	1	1		
1	0	0	0		
1	0	0	1		
1	0	1	0		
1	0	1	1		
1	1	0	0		
1	1	0	1		
1	1	1	0		
1	1	1	1		

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- $A_1 : X < Y$

	X_1	X_0	Y_1	Y_0	A_1	A_2
$X = 0$	0	0	0	0	0	
	0	0	0	1	1	
	0	0	1	0	1	
	0	0	1	1	1	
	0	1	0	0		
	0	1	0	1		
	0	1	1	0		
	0	1	1	1		
	1	0	0	0		
	1	0	0	1		
	1	0	1	0		
	1	0	1	1		
	1	1	0	0		
	1	1	0	1		
	1	1	1	0		
	1	1	1	1		

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- $A_1 : X < Y$

	X_1	X_0	Y_1	Y_0	A_1	A_2
$X = 1$	0	0	0	0	0	
	0	0	0	1	1	
	0	0	1	0	1	
	0	0	1	1	1	
	0	1	0	0	0	
	0	1	0	1	0	
	0	1	1	0	1	
	0	1	1	1	1	
	1	0	0	0		
	1	0	0	1		
	1	0	1	0		
	1	0	1	1		
	1	1	0	0		
	1	1	0	1		
	1	1	1	0		
	1	1	1	1		

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- $A_1 : X < Y$

X_1	X_0	Y_1	Y_0	A_1	A_2
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	1	
0	1	1	1	1	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	1	
1	1	0	0		
1	1	0	1		
1	1	1	0		
1	1	1	1		

$X = 2$

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- $A_1 : X < Y$

X_1	X_0	Y_1	Y_0	A_1	A_2
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	1	
0	1	1	1	1	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	0	

$X = 3$

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- $A_2 : X == 0 \ \&\& \ Y \neq 0$

X_1	X_0	Y_1	Y_0	A_1	A_2
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	1	
0	1	1	1	1	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	0	

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- $A_2 : X == 0 \ \&\& \ Y \neq 0$

$X = 0$

X_1	X_0	Y_1	Y_0	A_1	A_2
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- $A_2 : X == 0 \ \&\& \ Y \neq 0$

$X = 0$

X_1	X_0	Y_1	Y_0	A_1	A_2
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

- $A_2 : X == 0 \ \&\& \ Y \neq 0$

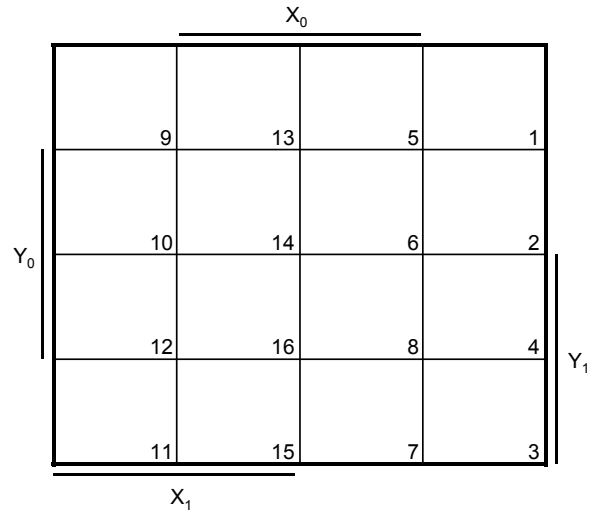
$X = 0$

X_1	X_0	Y_1	Y_0	A_1	A_2
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

X ₁	X ₀	Y ₁	Y ₀	A ₁	A ₂
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0



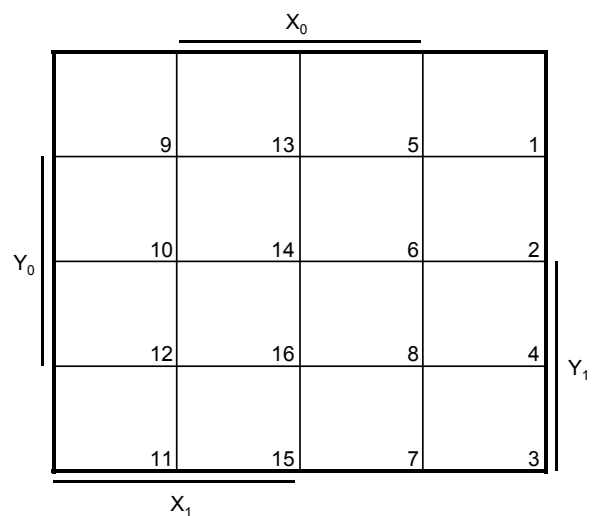
Einführung in die technische Informatik

75

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

X ₁	X ₀	Y ₁	Y ₀	A ₁	A ₂
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0



Einführung in die technische Informatik

76

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

X_1	X_0	Y_1	Y_0	A_1	A_2
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0

X_0					
				Y_0	Y_1
X_1	0	1			
0	0 9	0 13	0 5	0 1	
0	0 10	0 14	0 6	1 2	
1	1 12	0 16	1 8	1 4	
1	0 11	0 15	1 7	1 3	

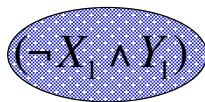
Einführung in die technische Informatik

77

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

Ausgang A_1



X_0					
				Y_0	Y_1
X_1	0	1			
0	0 9	0 13	0 5	0 1	
0	0 10	0 14	0 6	1 2	
1	1 12	0 16	1 8	1 4	
1	0 11	0 15	1 7	1 3	

Einführung in die technische Informatik

78

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

Ausgang A_1

$$(\neg X_1 \wedge Y_1) \vee (\neg X_1 \wedge \neg X_0 \wedge Y_0)$$

	X_0				
	0	0	0	0	
	9	13	5	1	
Y_0	0	0	0	1	
	10	14	6	2	
	1	0	1	1	
	12	16	8	4	
	0	0	1	1	
	11	15	7	3	
	X_1				
					Y_1

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

Ausgang A_1

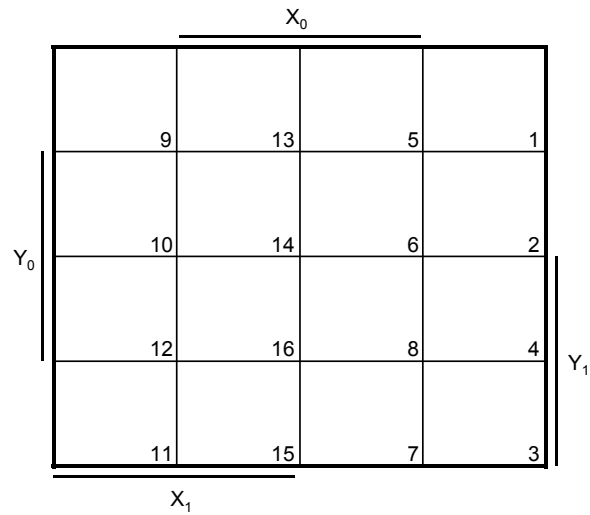
$$(\neg X_1 \wedge Y_1) \vee (\neg X_1 \wedge \neg X_0 \wedge Y_0) \vee (\neg X_0 \wedge Y_1 \wedge Y_0)$$

	X_0				
	0	0	0	0	
	9	13	5	1	
Y_0	0	0	0	1	
	10	14	6	2	
	1	0	1	1	
	12	16	8	4	
	0	0	1	1	
	11	15	7	3	
	X_1				
					Y_1

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

X ₁	X ₀	Y ₁	Y ₀	A ₁	A ₂
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0



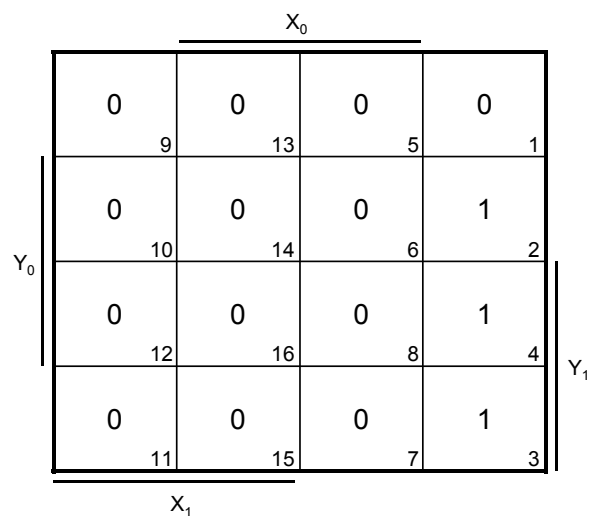
Einführung in die technische Informatik

81

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

X ₁	X ₀	Y ₁	Y ₀	A ₁	A ₂
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0



Einführung in die technische Informatik

82

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

Ausgang A_2

$$(\neg X_1 \wedge \neg X_0 \wedge Y_1)$$

	X_0				
	0	0	0	0	
	9	13	5	1	
Y_0	0	0	0	1	
	10	14	6	2	
	0	0	0	1	
	12	16	8	4	
	0	0	0	1	
	11	15	7	3	
	X_1				
					Y_1

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

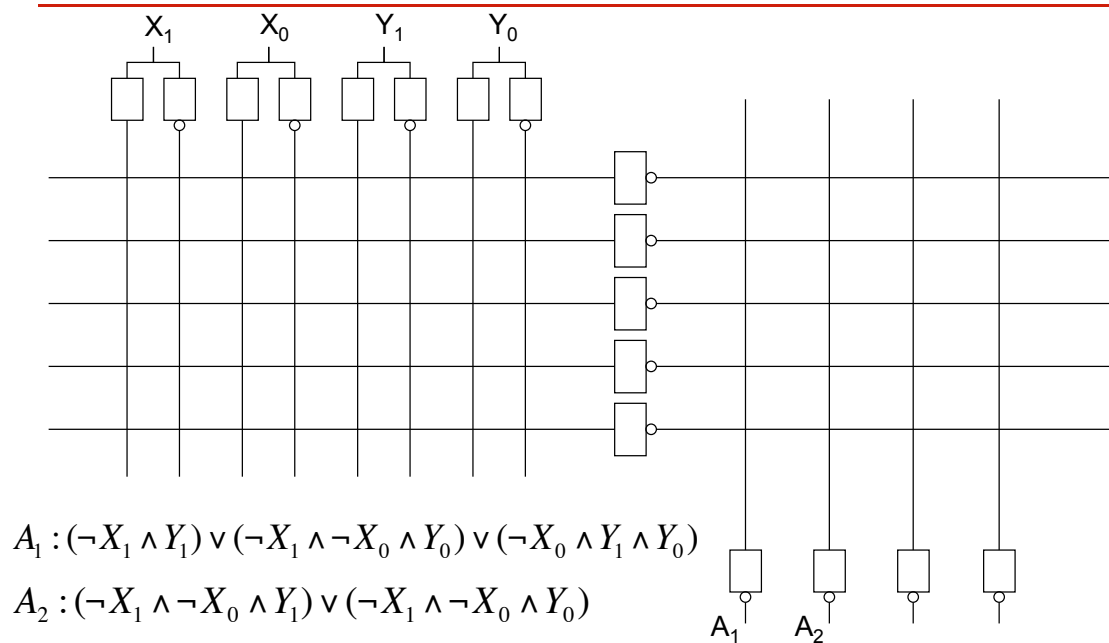
Ausgang A_2

$$(\neg X_1 \wedge \neg X_0 \wedge Y_1) \vee (\neg X_1 \wedge \neg X_0 \wedge Y_0)$$

	X_0				
	0	0	0	0	
	9	13	5	1	
Y_0	0	0	0	1	
	10	14	6	2	
	0	0	0	1	
	12	16	8	4	
	0	0	0	1	
	11	15	7	3	
	X_1				
					Y_1

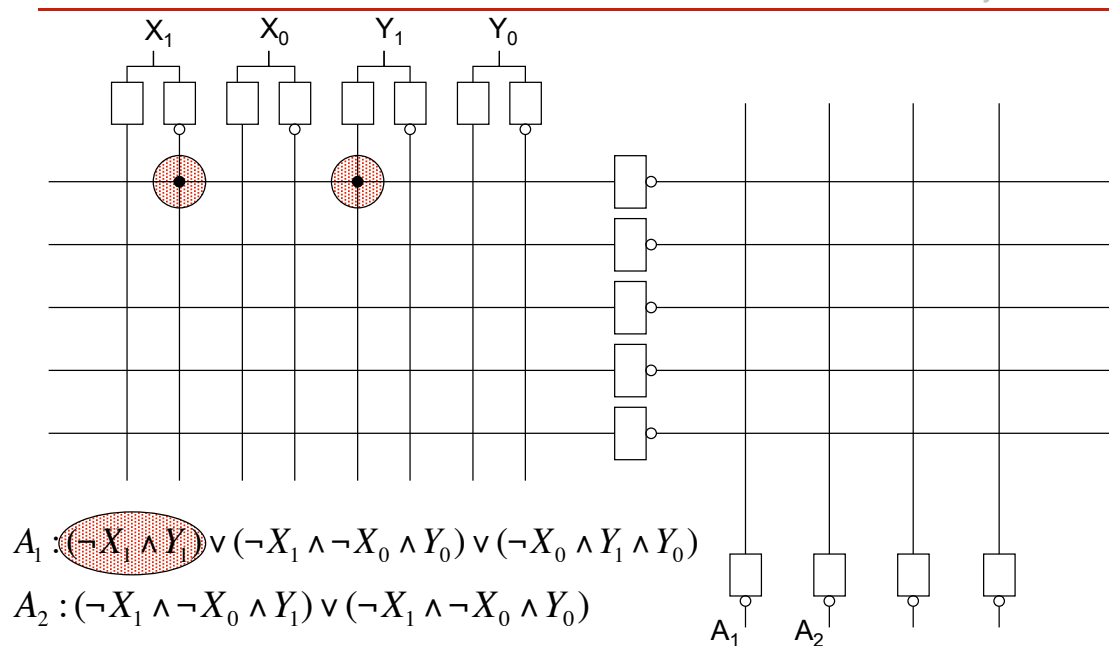
Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



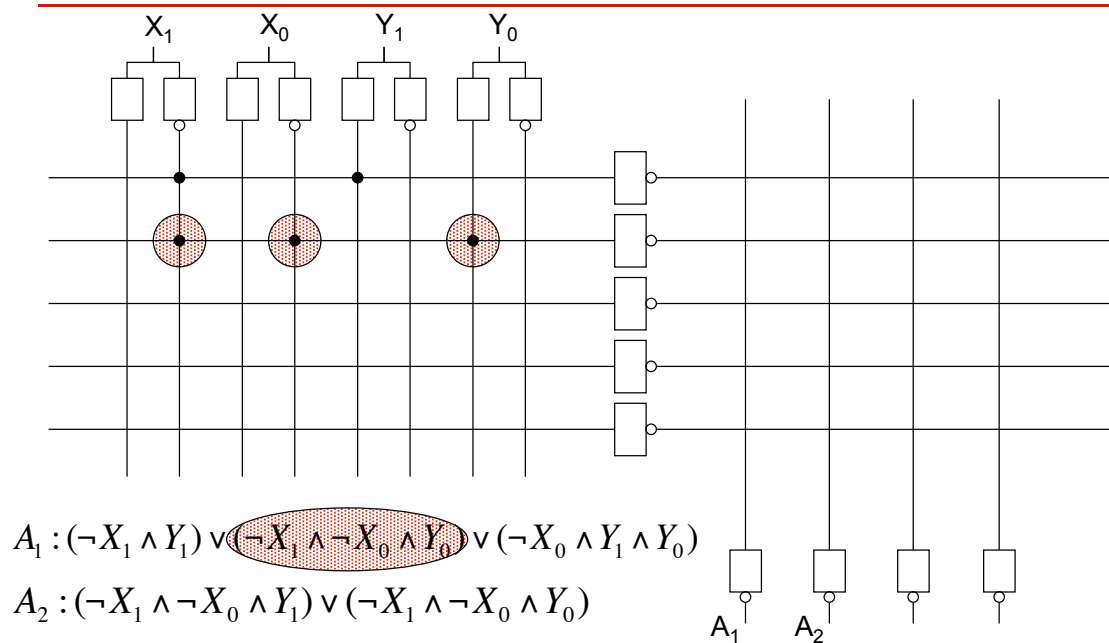
Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



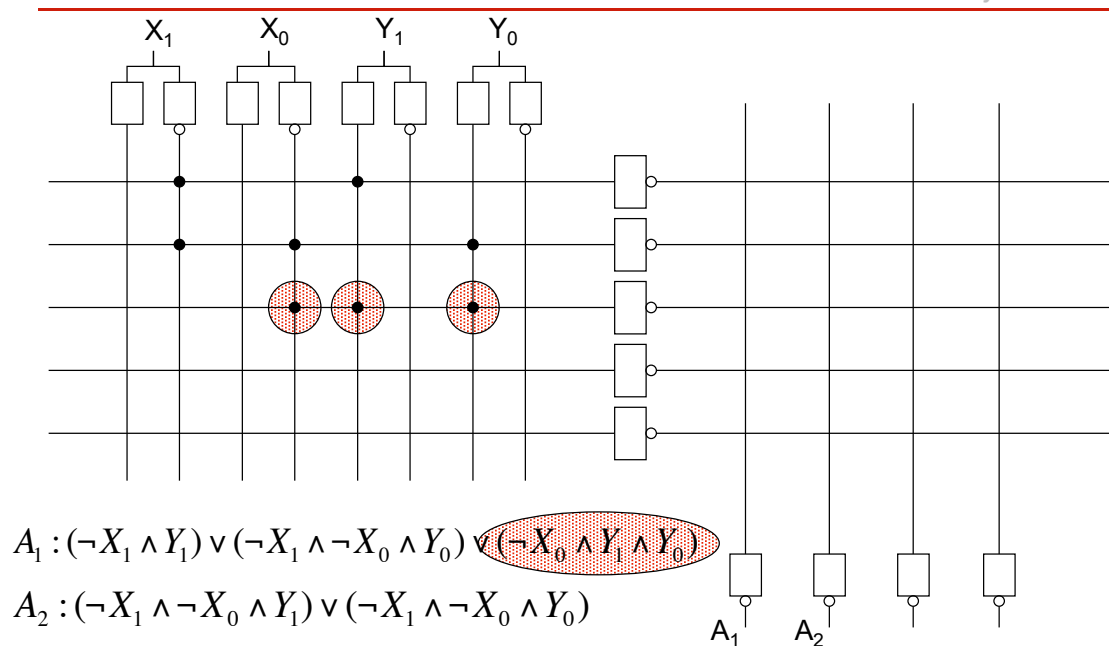
Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



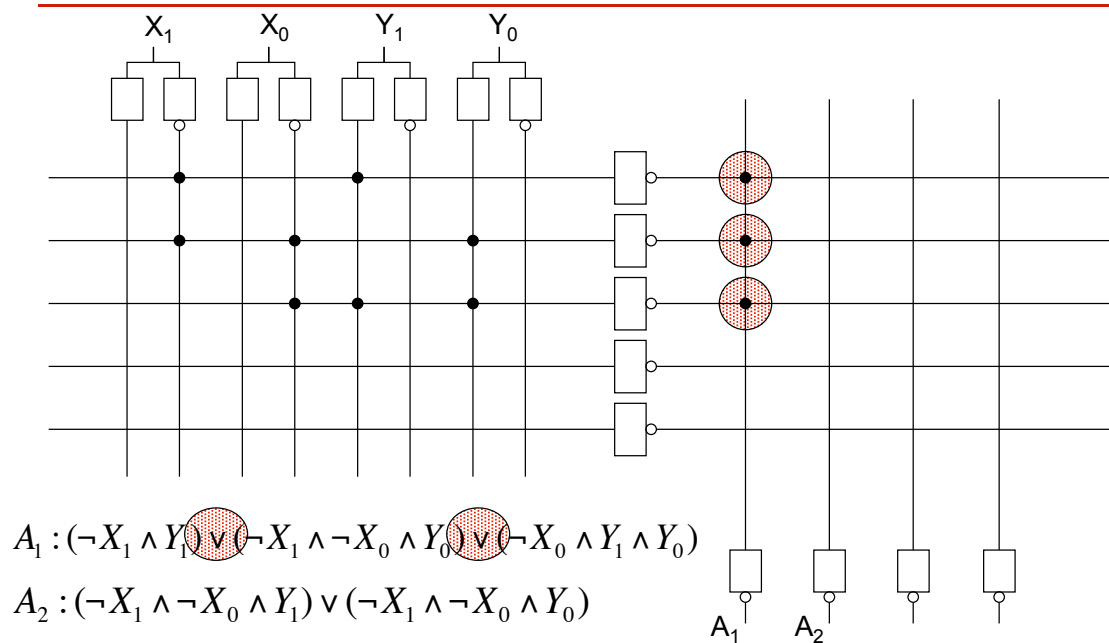
Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



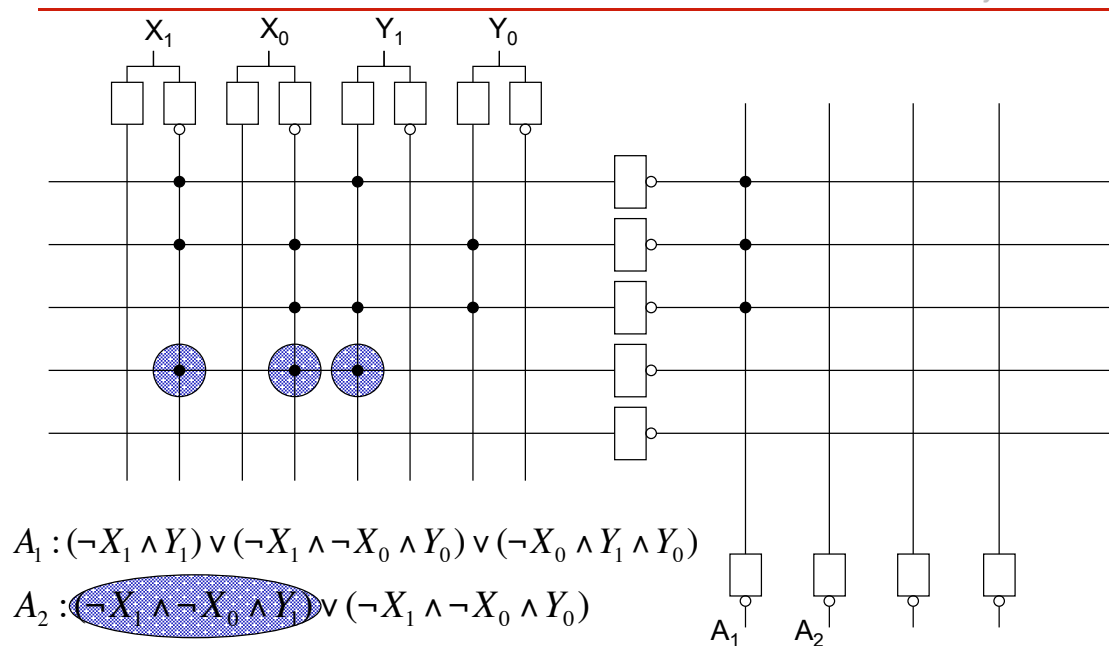
Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



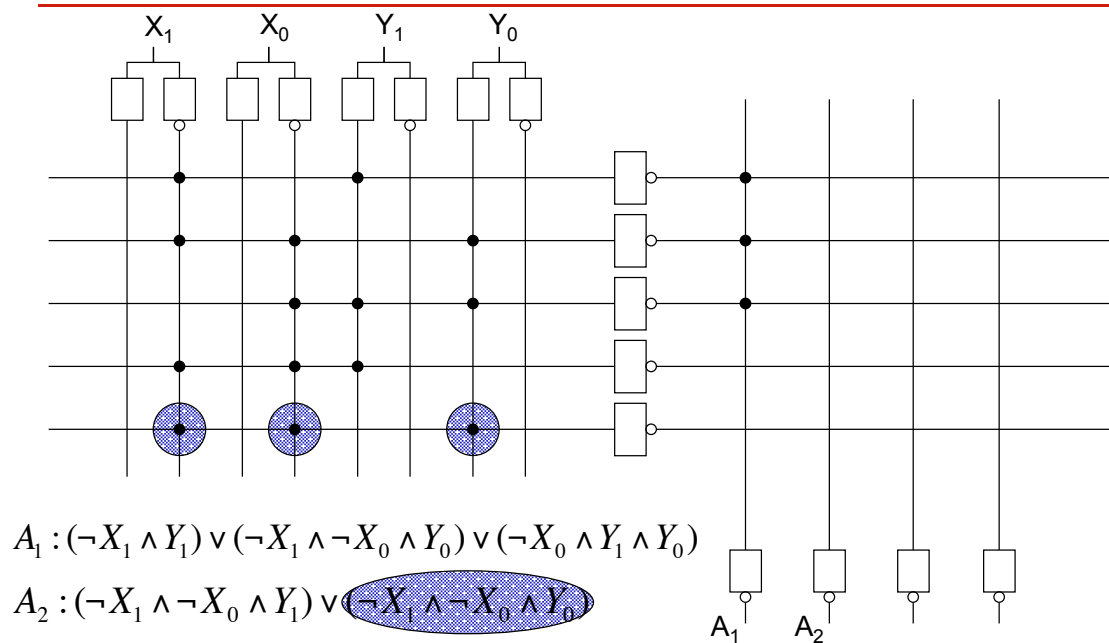
Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

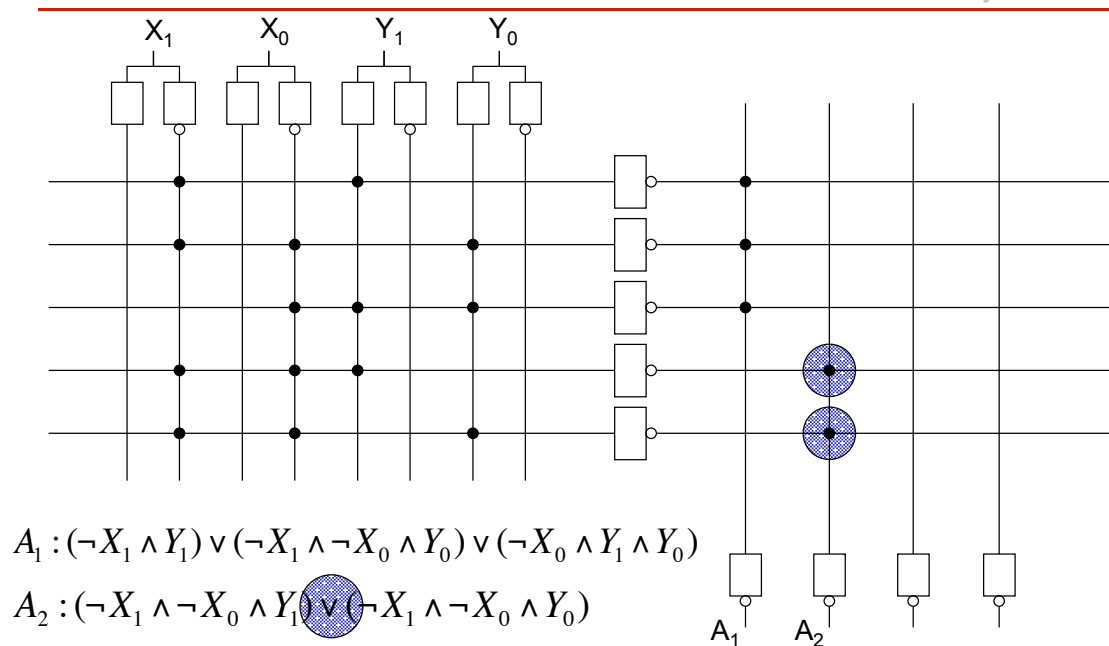


Einführung in die technische Informatik

91

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group

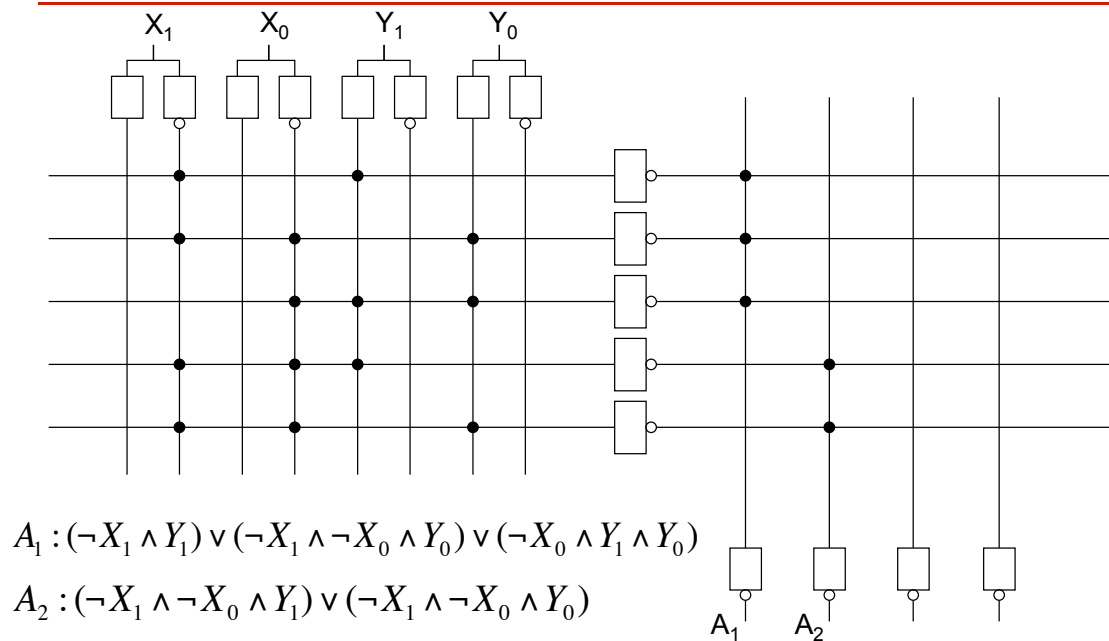


Einführung in die technische Informatik

92

Beispiel - Schaltung

Automation Systems Group



Einführung in die technische Informatik

93

Zusammenfassung

Automation Systems Group

- Schaltungen
 - Boolsche Funktionen
 - Wahrheitstabellen
- Minimierung
 - minimale disjunktive Normalform
 - KV Diagramme
- Implementierung
 - Gatter
 - PLA

Einführung in die technische Informatik

94